

# Observabilité de fonctions de structures dépendantes de l'écoulement et leur utilisation en assimilation de données

**Pierre Gauthier**

*Collaboration:* Cristina Lupu (MSc 2006, PhD 2010, UQAM)  
Stéphane Laroche, Mark Buehner (Env. Canada)

Séminaire à Environnement Canada  
21 mai 2010

**UQAM** Département des sciences de la terre et de l'atmosphère  
Université du Québec à Montréal

## Plan de la présentation

- **Mesure de l'impact des observations dans les systèmes d'assimilation de données**
  - \* Impact sur l'analyse (contenu en information)
  - \* Impact des observations sur les prévisions à court terme en utilisant les méthodes adjointes
- **Impact des structures dépendantes de l'écoulement en assimilation et précurseurs à l'instabilité dynamique**
  - \* Evaluation de l'observabilité des fonctions de structure (Lupu, 2010)
- **Implications pour un 4D-Var hybride**
  - \* Expérimentation de Fisher and Andersson avec un filtre de Kalman réduit
  - \* Le 4D-Var/EnKF (Buehner *et al.*, 2010)
- **Conclusions**

## Fondements statistiques de l'assimilation

- \* Corriger une prévision de courte échéance ( $\mathbf{x}_b$ , l'ébauche) de covariance d'erreur  $\mathbf{B}$  en se basant sur l'information contenues dans un jeu d'observations  $\mathbf{y}$  de covariance d'erreur d'observation  $\mathbf{R}$
- \* La covariance d'erreur de l'analyse résultante,  $\mathbf{P}_a$ , est telle que la variance d'erreur totale est moindre que celle associée à l'ébauche ou aux observations

$$\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b = \mathbf{K}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b)$$

$$\mathbf{P}_a = \mathbf{B} - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{B}$$

- \* Le poids donné aux observations est défini par la matrice de gain qui minimise la variance d'erreur d'analyse totale

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T (\mathbf{R} + \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T)^{-1}$$

- \* Opérateur d'observation  $\mathbf{H}$  a été linéarisé au voisinage de l'ébauche (approche incrémentale)

## Approches pour mesurer l'impact des observations assimilées

### Contenu en information

- \* Basé sur la précision relative des observations par rapport à celle de l'ébauche

### Expériences sur les systèmes d'observations (ESO)

(ou *Observing System Experiments*, OSE)

- \* Retrait de types d'observations globalement ou sur de grandes régions
- \* Donne une vue globale de l'impact des observations sur l'analyse et sur les prévisions qui en résultent

### Impact des observations sur la qualité des prévisions

- \* Sensibilités des prévisions par rapport aux observations (Baker and Daley, 2000; Langland and Baker, 2003; Gelaro *et al.*, 2010)
- \* Méthodes basées sur le filtre de Kalman

## Contenu en information

- Rapport entre de la covariance d'erreur d'analyse et B

$$\text{tr}(\mathbf{P}_a \mathbf{B}^{-1}) = \text{tr}(\mathbf{I}) - \text{tr}(\mathbf{KH}) = N - \text{tr}(\mathbf{KH})$$

L'information apportée en assimilant un jeu d'observations particulier est associée au deuxième terme et N est la dimension de l'état-modèle

DFS = Degrees of Freedom  
per signal

- ... et dans l'espace des observations

$$\mathbf{P}_a \rightarrow \mathbf{H} \mathbf{P}_a \mathbf{H}^T \quad \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T$$

$$\text{tr}((\mathbf{H} \mathbf{P}_a \mathbf{H}^T)(\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T)^{-1}) = M - \text{tr}(\mathbf{HK})$$

où M est le nombre d'observations

## Diagnostics de l'information statistiques à partir des résultats de l'analyse

- Desroziers (2005)

- \* Emploie les résultats de l'assimilation pour estimer les covariances d'erreur d'observation, d'ébauche et d'analyse dans l'espace des observations

$$\mathbf{d} = \mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{x}_b \quad \mathbf{a} = \mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{x}_a \quad \mathbf{d}_a^b = \mathbf{H}(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b) = \mathbf{H} \mathbf{K} \mathbf{d}$$

- \* et on montre alors,

$$\langle \mathbf{d} \mathbf{d}^T \rangle \equiv \tilde{\mathbf{D}} = (\mathbf{R} + \mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T) \equiv \mathbf{D}$$

$$\langle \mathbf{a} \mathbf{d}^T \rangle \equiv \tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R}(\mathbf{D}^{-1} \tilde{\mathbf{D}})$$

$$\langle \mathbf{d}_a^b \mathbf{d}^T \rangle \equiv \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{H}^T = \mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T (\mathbf{D}^{-1} \tilde{\mathbf{D}})$$

$$\langle \mathbf{d}_a^b \mathbf{a}^T \rangle = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{P}}_a \mathbf{H}^T = \mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T \mathbf{D}^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}$$

## Estimation du contenu en information (ou Degrees of Freedom per signal)

- En notant que  $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R}(\mathbf{D}^{-1}\tilde{\mathbf{D}})$   $\mathbf{H}\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{H}^T = \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{D}^{-1}\tilde{\mathbf{D}})$
- Si les statistiques *a priori* et *a posteriori* error sont parfaitement cohérentes, alors  $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{D}$  et conséquemment,

$$\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \quad \mathbf{H}\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{H}^T = \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T$$

- Estimation du DFS

$$DFS = tr(\mathbf{H}\mathbf{K}) = tr\left(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{R} + \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T)^{-1}\right) = tr(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T\mathbf{D}^{-1})$$

$$tr(\mathbf{H}\tilde{\mathbf{K}}) = tr(\mathbf{H}\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{H}^T\tilde{\mathbf{D}}^{-1}) = tr(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T\mathbf{D}^{-1}\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{D}}^{-1}) = DFS$$

Ceci conduit à la même estimation du contenu en information que celui obtenu à partir des statistiques *a priori*

## Estimation du contenu en information

- Estimé du contenu en information peut être obtenu directement à partir en diagnostiquant les résultats de l'assimilation

$$\mathbf{d} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b \quad \mathbf{a} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_a \quad \mathbf{d}_a^b = \mathbf{H}(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b) = \mathbf{H}\mathbf{K}\mathbf{d}$$

$$DFS = tr\left(\langle \mathbf{d}_b^a \mathbf{d}^T \rangle \langle \mathbf{d} \mathbf{d}^T \rangle^{-1}\right) = \left\langle tr\left(\mathbf{d}_b^a \mathbf{d}^T \langle \mathbf{d} \mathbf{d}^T \rangle^{-1}\right) \right\rangle = \left\langle \mathbf{d}^T \langle \mathbf{d} \mathbf{d}^T \rangle^{-1} \mathbf{d}_b^a \right\rangle$$

- Doit estimer et *inverser*  $\langle \mathbf{d} \mathbf{d}^T \rangle$  qui est une matrice pleine car elle contient également l'erreur de prévision
- Forme alternative  $DFS = tr(\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{H}\tilde{\mathbf{P}}_a\mathbf{H}^T) = tr\left(\langle \mathbf{a} \mathbf{d}^T \rangle^{-1} \langle \mathbf{d}_b^a \mathbf{a}^T \rangle\right)$   

$$= \left\langle \mathbf{a}^T \langle \mathbf{a} \mathbf{d}^T \rangle^{-1} \mathbf{d}_b^a \right\rangle = \left\langle \mathbf{a}^T \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{d}_b^a \right\rangle$$

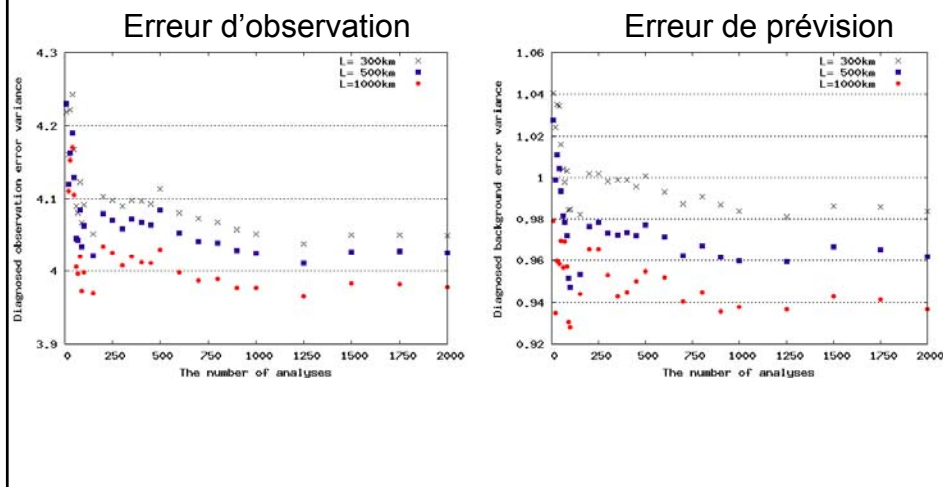
Hypothèse additionnelle doit être introduite:  $\tilde{\mathbf{R}}$  is diagonal

## Robustesse de l'estimé: expérience en 1D-Var

- Assimilation 1Dvar assimilation de 60 observations avec un modèle de covariance d'erreur de prévision avec des corrélations homogènes et isotropes
- Moyenne statistique basé sur 2000 analyses

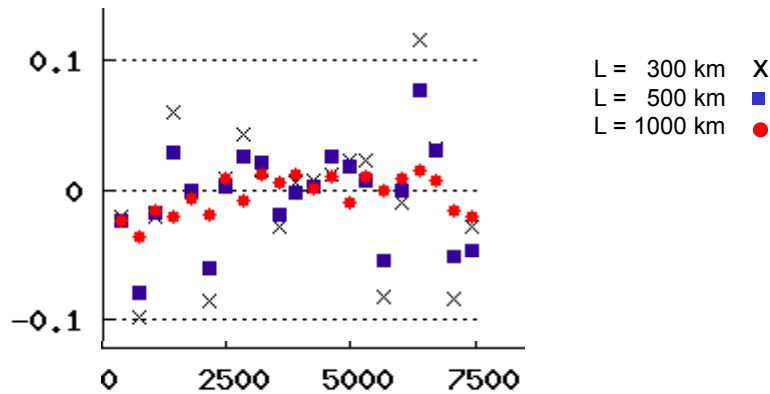
L(km)	$\sigma_o^2 = \sigma_{o(t)}^2$	$\sigma_b^2 = \sigma_{b(t)}^2$	$(\tilde{\sigma}_o^2)$	$(\tilde{\sigma}_b^2)$
300	4.	1.	4.04	0.98
500	4.	1.	4.02	0.96
1000	4.	1.	3.98	0.94

## Robustesse des résultats en fonction de la taille de l'échantillon



## Estimating the observation error covariance $\tilde{\mathbf{R}}$

- Estimate of the off-diagonal terms of  $\tilde{\mathbf{R}}_{i,j} = (\overline{\mathbf{a}_i \mathbf{d}_j})$  as a function of distance  $r_{i,j}$



## Estimation du contenu en information

$$D\tilde{F}S_{APOST}^{(1)} = \text{tr}(\mathbf{H}\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{H}^T\tilde{\mathbf{D}}^{-1})$$

$$D\tilde{F}S_{APOST}^{(2)} = \text{tr}(\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(\mathbf{H}\tilde{\mathbf{P}}_d\mathbf{H}^T)) \quad D\tilde{F}S_{DIAG} : \text{seulement les termes diagonaux de la deuxième méthode sont retenus}$$

L (km)	$DFS_{THEOR}$	$DFS_{GIRARD}$	$D\tilde{F}S_{APOST}^{(1)}$	$D\tilde{F}S_{APOST}^{(2)}$	$D\tilde{F}S_{DIAG}$
300	11.03	10.88	10.81	10.80	10.70
500	9.50	9.37	9.21	9.20	9.07
1000	7.34	7.08	6.79	6.79	6.75

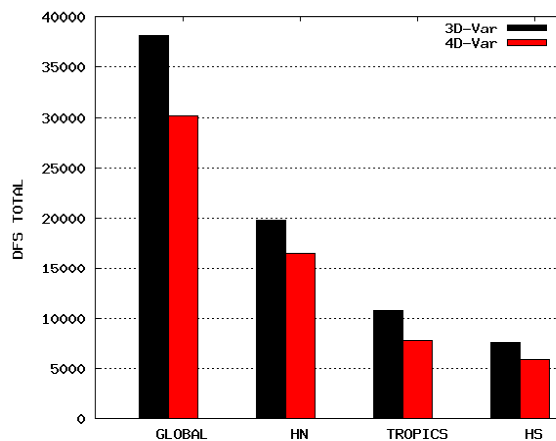
$DFS_{GIRARD}$  : estimation obtenue d'analyses perturbées

$DFS_{THEOR}$  : estimation des valeurs exactes utilisées pour générer les observations et les ébauches

## Contenu en information dans les analyses 3D-Var et 4D-Var issues du système d'Environnement Canada

- **Résultats d'expérience d'assimilation de Laroche et Sarrazin (2010 a,b) sur la période du 21 Décembre 2006 au 28 Février 2007**
  - \* Les 11 premiers jours sont exclus (spin-up du cycle d'assimilation)
- **Observations utilisées**
  - \* Radiosondes, avions, données de surface et de bateaux, profileurs de vent
  - \* AMV des satellites géostationnaires
  - \* Radiances d'orbiteurs polaires (AMSU-a,b) et de satellites géostationnaires (GOES-Est et Ouest)
- **Diagnostic de la cohérence statistique:  $\chi^2/M \sim 1$** 
  - \* Pour le 3D-Var et le 4D-Var, on a trouvé que  $\chi^2/M = 0.56$
  - \* Statistiques d'erreur du système sont surestimées
  - \* Desroziers et Ivanov (2001) et Chapnik et al. (2004) utilisent cette information pour recalibrer les statistiques d'erreur
  - \* Ce n'était pas l'objet de cette étude.

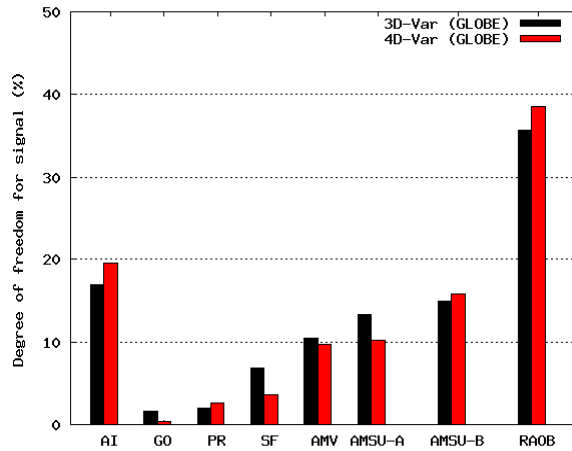
## DFS total estimé sur différentes régions pour le 3D-Var et le 4D-Var (Janvier-Février 2007)



### Calcul du DFS par type d'observations pour le 3D-Var et le 4D-Var

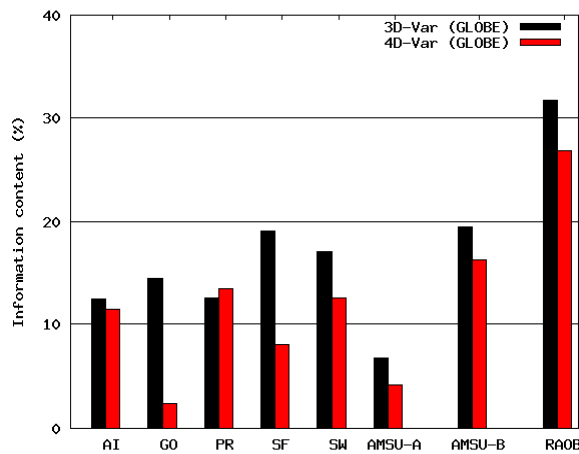
$$DFS_{Obs\_type}^{Region} (\%) = 100 \cdot \frac{DFS_{Obs\_type}^{Region}}{DFS_{Total\_obs}^{Globe}}$$

Région : Globe  
Types Obs.: AI, GO, PR, SF, SW, AMSU-A, AMSU-B, RAOB



Lupu et al. (2010)

### Impact des observations par observation dans chaque région



$$IC(\%) = 100 \cdot \frac{DFS_k^{Region}}{P_k}$$

Lupu et al. (2010)



## Expériences sur les systèmes d'observations

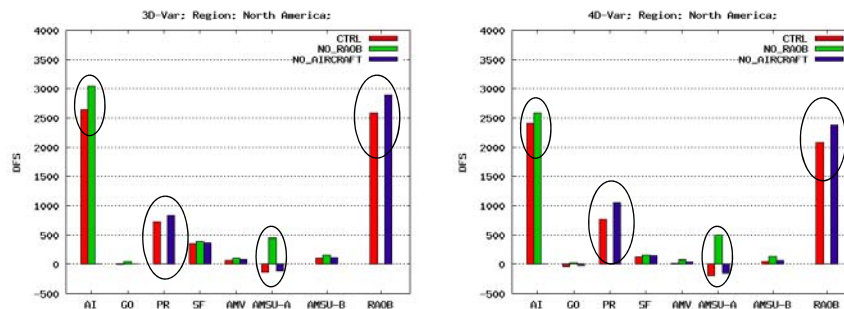
(Observing System Experiments, OSEs)

- **Expériences présentées dans Laroche et Sarrazin (2010-a,b)**
- **Evaluation de l'impact des observations par retrait de types de données**
  - \* Analyse comprenant la totalité des observations est prise comme référence
  - \* Un type d'observation est retiré et on mesure la dégradation
  - \* Modification de la couverture en observations affect l'importance relative des observations
- **Comparaison du contenu en information pour ces expériences donne une image détaillée de la complémentarité entre les types d'observations**

### Expériences OSEs : 3D-Var et 4D-Var, Amérique du Nord

$$\frac{\text{DFS}_k^{\text{NA}}}{P_k}$$

Valeurs du DFS par type d'observations normalisé par le nombre d'observations



**NO\_RAOB:** DFS par observation augmente, particulièrement pour AMSU-A et GO;

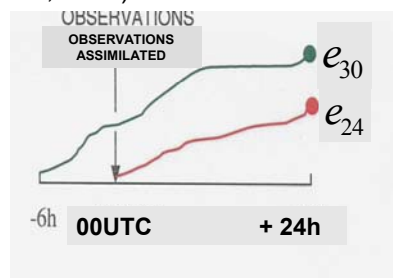
**NO\_AIRCRAFT:** DFS par observation augmente, particulièrement pour les RAOB et les PR; Augmentation du DFS par obs. augmente légèrement pour les autres types (GO, SW and AMSU-B) DFS per obs also increases slightly.

## Résumé

- Contenu en information peut être évalué en diagnostiquant les résultats de l'assimilation
- Fournit une image détaillée de l'impact des observations dans le cadre où elles sont utilisées
- Application aux résultats obtenus d'expérience de type OSEs montre comment l'impact des observations sur les analyses dépend de la couverture et de la nature du réseau d'observations
- OSEs par contre donne une mesure de l'impact des observations sur les prévisions qui en résultent

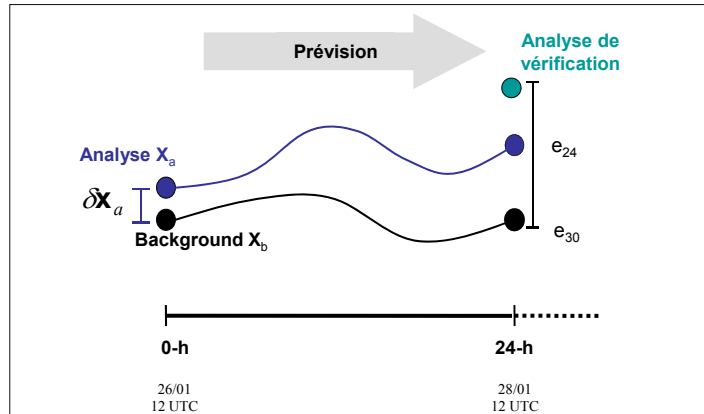
## Mesure de l'impact des observations sur les prévisions

(Langland et Baker, 2004)



Comparaison de deux prévisions, l'une issue du **background** et l'autre de **l'analyse**.

La réduction de la norme de l'erreur de prévision  $e_{24} - e_{30}$  est attribuable aux observations assimilées à 00UTC



$$\Delta e_a^b = e_{30} - e_{24} = \delta \mathbf{x}_a^T \left( \mathbf{L}_a^T \frac{\partial J_a}{\partial \mathbf{x}_a} + \mathbf{L}_b^T \frac{\partial J_b}{\partial \mathbf{x}_b} \right) = (\mathbf{K}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b))^T \left( \mathbf{L}_a^T \frac{\partial J_a}{\partial \mathbf{x}_a} + \mathbf{L}_b^T \frac{\partial J_b}{\partial \mathbf{x}_b} \right)$$

## Evaluation de l'impact des observations

Au temps initial,

$$\Delta e_a^b = [\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)]^T \left[ \mathbf{K}^T \left( \frac{\partial J_a}{\partial \mathbf{x}_a} + \frac{\partial J_b}{\partial \mathbf{x}_b} \right)_{t=t_0} \right]$$

où  $\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)$  : écart entre les observations et l'ébauche

---

## Evaluation de l'impact des observations

Au temps initial,

$$\Delta e_a^b = [\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)]^T \left[ \mathbf{K}^T \left( \frac{\partial J_a}{\partial \mathbf{x}_a} + \frac{\partial J_b}{\partial \mathbf{x}_b} \right)_{t=t_0} \right]$$

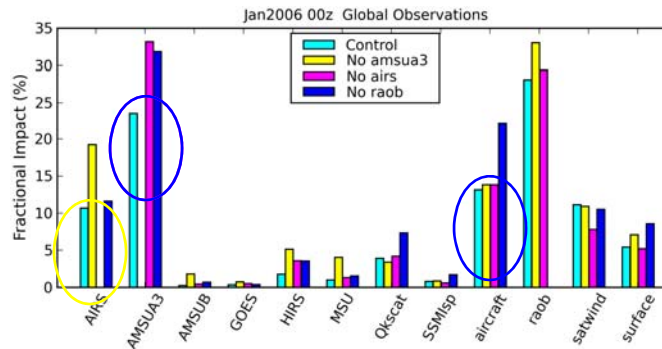
où  $\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)$  : écart entre les observations et l'ébauche

Calcul de l'impact des observations:  $\mathbf{K}^T \left( \frac{\partial J_a}{\partial \mathbf{x}_a} + \frac{\partial J_b}{\partial \mathbf{x}_b} \right)_{t=t_0} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{w}$

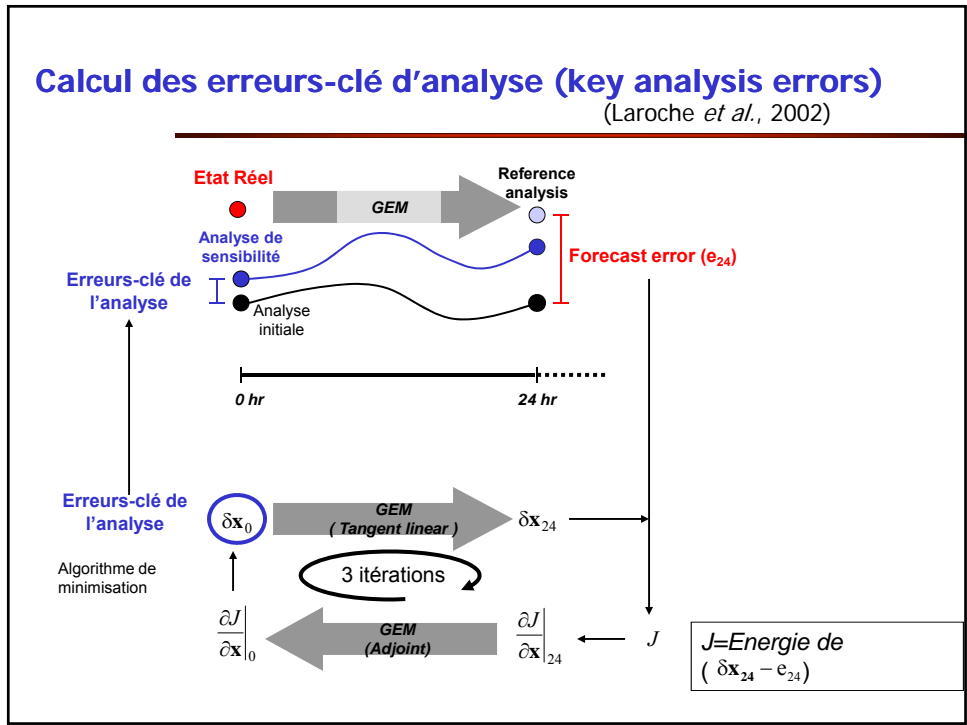
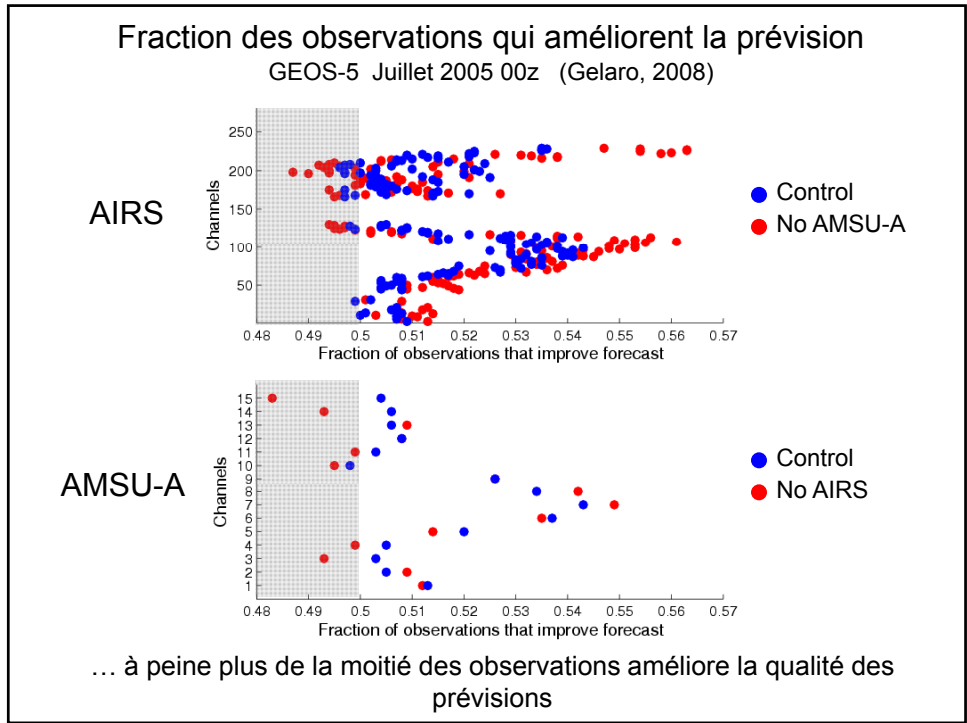
On peut obtenir  $\mathbf{w}$  en adaptant le système d'assimilation existant en résolvant

$$F(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{w} + \frac{1}{2} (\mathbf{H} \mathbf{w})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{w}) - \mathbf{w}^T \left( \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_a} + \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_b} \right)_{t=t_0}$$

### Application aux OSEs (Gelaro *et al.*, 2008)



- Retrait de AMSUA3 conduit à une augmentation importante de l'impact des données AIRS ainsi que de celui d'autres types
- Retrait des données AIRS conduit à une augmentation de l'impact des données Amsu-a
- Retrait des raobs conduit à une augmentation de l'impact des données AMSUA3, des données d'avions et des autres types and other impacts (mais celui des données AIRS)



## Modélisation des covariances d'erreur de prévision en utilisant les sensibilités

### Le 3D-Var adapté (Hello et Bouttier, 2002)

- Fonction de structure sont définies par des fonctions de sensibilités *a posteriori*;
- Fonctions de structure dépendantes de l'écoulement ont été introduites dans un 3D-Var;

$$\tilde{\mathbf{B}}_{\xi} = \mathbf{I} + \tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{I} + \lambda_1^2 \tilde{\mathbf{f}} \tilde{\mathbf{f}}^T$$

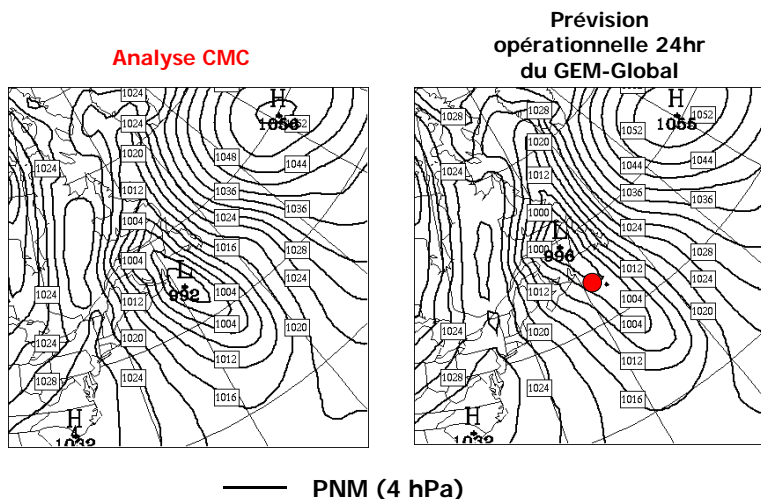
- Variance d'erreur dans la direction de  $\mathbf{f}$ :  $1 + \lambda_1^2 = \sigma_1^2$

Est-ce qu'une formulation dépendante de l'écoulement de l'erreur de prévision améliore l'analyse et la prévision?

(Lupu 2006)

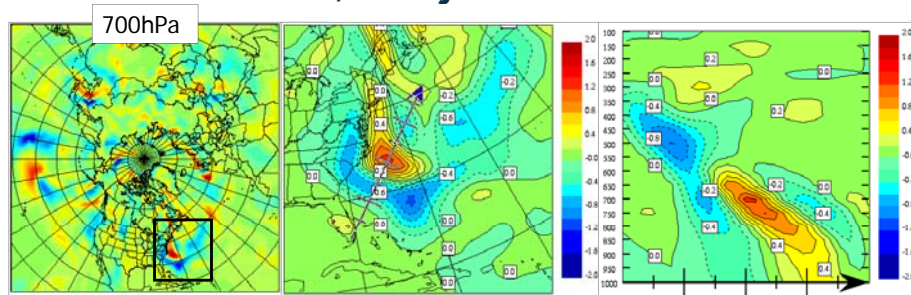
## Etude de cas du 27 Janvier, 2003

Vérification de la prévision du 12 UTC, 28 janvier 2003



## Etude de cas – Fonction de sensibilité globale

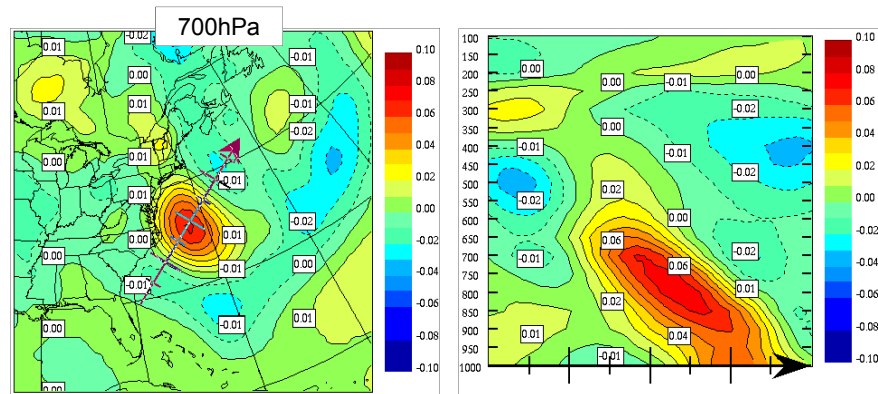
Correction de température apportées à l'analyse à 12 UTC, le 27 janvier 2003



Corrections responsables de l'amélioration de la prévision du système dans les maritime

Coupe verticale de cette même correction

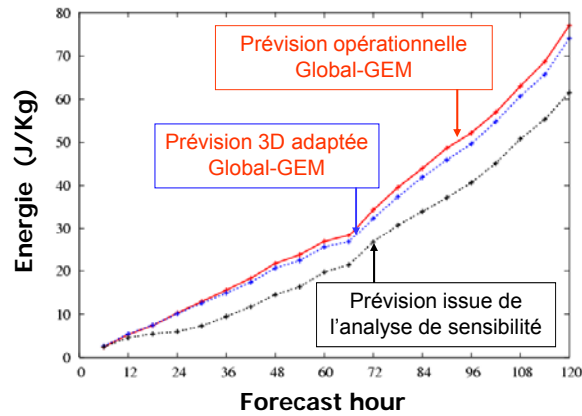
## Impact de l'analyse 3D-Var adaptée



Différence entre les incréments d'analyse de la température à 12 UTC, le 27 Janvier 2003: Analyse 3D adaptée -3D standard et coupe verticale cross section.

## Etude de cas – Amélioration de la prévision

Energie (totale) de l'erreur de prévision moyennée sur la région (25N - 90N)

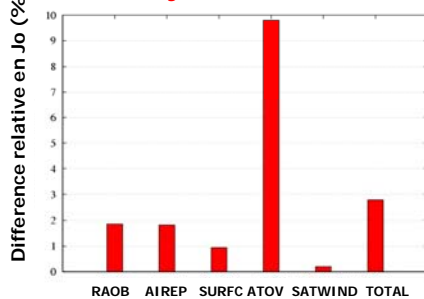


## Ecart aux observations

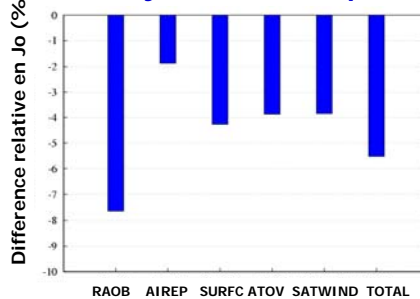
Est-ce que ces corrections **réduisent** au **augmentent** l'écart entre l'analyse et les observations?

$$\Delta J_o = \frac{J_o(\mathbf{x}^{1,2}) - J_o(\mathbf{x}^{3D-Var})}{J_o(\mathbf{x}^{3D-Var})} \begin{cases} > 0 = \text{augmentation} \\ < 0 = \text{réduction} \end{cases}$$

1- Analyse de sensibilité



2- Analyse 3D-Var adaptée



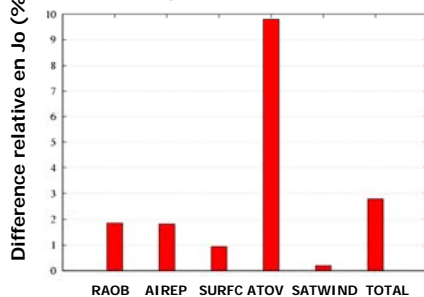


## Ecart aux observations

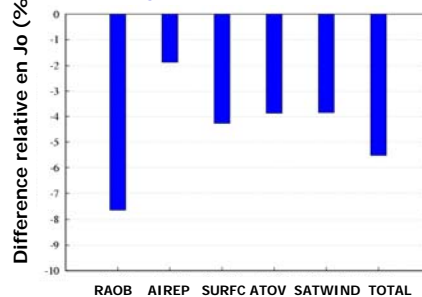
▪ Valeurs positives signifient que l'analyse de sensibilité s'éloigne des observations comparativement à l'analyse initiale (même conclusions obtenues à ECMWF, Isaksen et al., 2004);

▪ Valeurs négatives indiquent que l'analyse 3D-Var adaptée est plus près des observations (puisque l'on augmente la variance d'erreur de prévision);

1- Analyse de sensibilité



2- Analyse 3D-Var adaptée



## Observabilité des structures dépendant de l'écoulement

- 3D-Var adapté pour lequel les fonctions de structure étaient définies par ces fonctions de sensibilité *a posteriori* normalisées
- Considérons le cas où  $B = \sigma^2 \mathbf{v}\mathbf{v}^T$  et l'incrément d'analyse est alors

$$\delta \mathbf{x}_a = \mathbf{K}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b) = \mathbf{K}\mathbf{d} = \alpha \mathbf{v}$$

où

$$\alpha = \frac{(\mathbf{H}\mathbf{v})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d}}{\sigma^{-2} + (\mathbf{H}\mathbf{v})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{v})} = \frac{\sigma^2 C_1}{1 + \sigma^2 C_2}$$

et

$$C_1 = (\mathbf{H}\mathbf{v})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d} \quad C_2 = (\mathbf{H}\mathbf{v})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{v})$$

## Contenu en information et observabilité

- Evaluation du DFS dans ce cas est

$$DFS = tr(\mathbf{HK}) = \frac{\sigma^2 C_2}{1 + \sigma^2 C_2}$$

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} DFS = 1$$

- Corrélation entre les innovations et une fonction de structure

$$\rho = \frac{(\mathbf{Hv})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d}}{\left[ (\mathbf{Hv})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Hv}) \right]^{1/2} \left[ \mathbf{d}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d} \right]^{1/2}} = \frac{C_1}{(2C_2 J_o(0))^{1/2}}$$

- Ceci *définit* l'observabilité d'une fonction dans l'espace des observations
  - \* Est-ce que les observations sont en mesure de détecter une fonction de structure particulière?

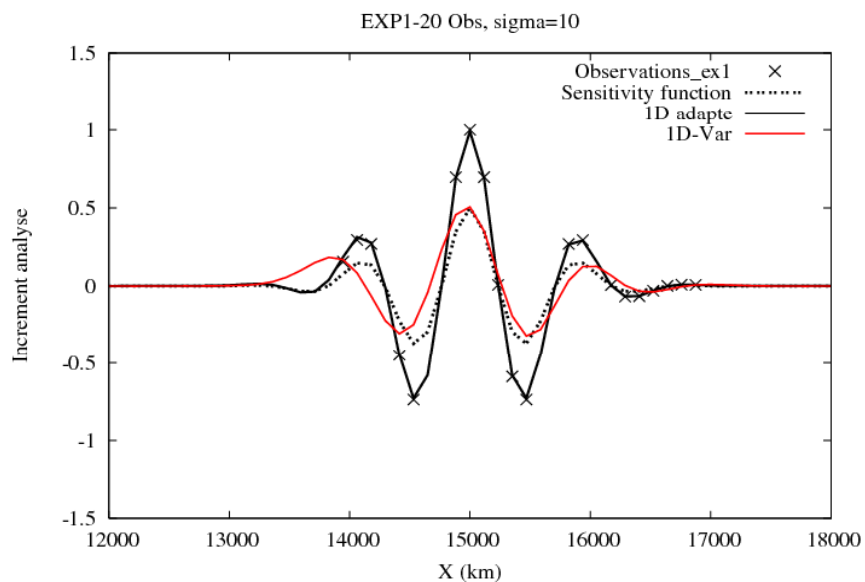
## Exemple avec le 1D-Var

- Considère les cas suivants
  - \* Observations sont générées à partir de la même fonction de structure que celle introduite dans  $\mathbf{B}$
  - \* Observations sont générées à partir d'une fonction différente (introduit un déphasage)
  - \* Signal a une amplitude inférieure au niveau de l'erreur d'observation

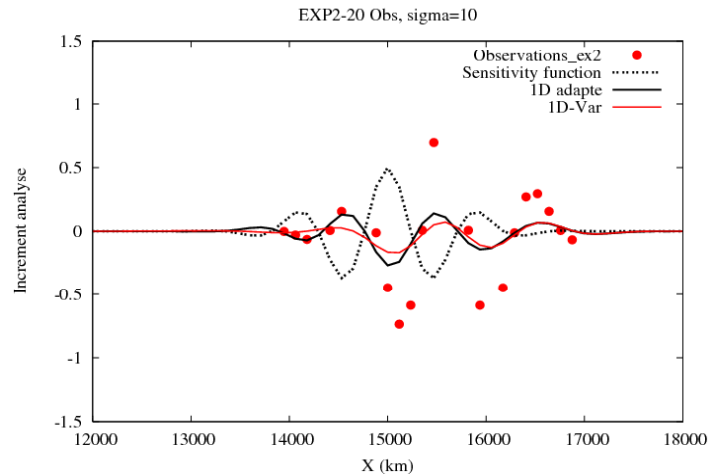
## Observabilité en fonction de l'erreur d'observation

$\mathbf{y}' = 2(\mathbf{H}\mathbf{v})$	Nb obs.	$\mathbf{C}_1$	$\mathbf{C}_2$	$\rho$
	10 obs.	1.29	0.64	0.99
	20 obs.	1.96	0.97	0.99
	40 obs.	3.92	1.95	0.99
$\mathbf{y}' = 2(\mathbf{H}\mathbf{v}) + \varepsilon_o$ $\sigma_o^2 = 1$	10 obs.	0.89	0.64	0.39
	20 obs.	1.34	0.97	0.24
	40 obs.	2.68	1.95	0.24
	$\mathbf{y}' = 2(\mathbf{H}\mathbf{v}) + \varepsilon_o$ $\sigma_o^2 = 4$	10 obs.	-0.92	0.64
20 obs.		-0.61	0.97	-0.07
40 obs.		-1.13	2.19	-0.07

## Expérience avec la même fonction



## Expérience avec une fonction déphasée



## Expérience avec un 3D-Var adapté

- **Sensibilités *a posteriori* dépendent de**
  - \* La zone cible
  - \* Norme utilisée pour mesurer l'erreur de prévision
  - \* Nombre au temps initial
  - \* Définition du modèle linéaire-tangent et de l'adjoint
- **Expériences avec le 3D-Var adapté basé sur le système 3D-Var d'Environnement Canada**
  - \* Norme énergie sèche
  - \* Quatre cas documentés par Caron *et al.* (2007):  
19 janvier 2002, 00UTC; 6 février 2002, 00UTC  
6 janvier 2003 12UTC; 27 janvier 2003 12UTC
  - \* Zone cible: globale, hémisphérique (25-90N) et locale (zone sur la côte est de l'Amérique du Nord)
  - \* Imposition d'une contrainte de balance nonlinéaire (Caron *et al.*, 2007)

## Test préliminaire: est-ce que ça fonctionne?

- Fonction de structure définie comme étant un incrément d'analyse normalisé
  - \* Cas où  $\mathbf{B} = \sigma^2 \mathbf{v}\mathbf{v}^T$
  - \* Est-ce que le 3D-Var adapté réussit à retrouver la bonne amplitude?
  - \* Ce choix nous assure que notre fonction de structure peut s'ajuster aux observations.

## Observabilité de ce cas-test

Type d'obs.	Coefficient de corrélation $\rho$			
	27 janvier 2003	28 janvier 2003	6 février 2002	19 janvier 2002
RAOB	0.73	0.76	0.77	0.76
AIREP	0.73	0.73	0.73	0.72
AMV	0.68	0.72	0.72	0.73
SURFC	0.69	0.74	0.75	0.76
ATOVS	0.59	0.58	0.71	0.65
TOTAL	0.71	0.73	0.75	0.74

## Observabilité de différentes fonctions de structure basée sur les sensibilités a posteriori

Fonctions de structure	Type d'obs.	$\rho$ , coefficient de corrélation			
		27 janvier 2003	6 janvier 2003	6 février 2002	19 janvier 2002
GLOBAL	RAOB	0.01	0.02	0.03	-0.01
	AIREP	0.00	0.02	-0.01	-0.01
	ATOVS	0.13	0.11	0.07	0.12
	<b>TOTAL</b>	<b>0.05</b>	<b>0.05</b>	<b>0.05</b>	<b>0.03</b>
LOCAL	RAOB	-0.01	0	-0.01	-0.02
	AIREP	-0.03	-0.01	-0.03	-0.03
	ATOVS	0.05	0.01	0.06	0.02
	<b>TOTAL</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-0.01</b>
HÉMISPHERIQUE	RAOB	0.00	0.02	0.01	0.01
	AIREP	-0.05	0.02	-0.02	-0.03
	ATOVS	0.08	0.07	0.07	0.04
	<b>TOTAL</b>	<b>0.03</b>	<b>0.04</b>	<b>0.04</b>	<b>0.02</b>
PV-BAL	RAOB	0.01	0	0.01	0
	AIREP	-0.03	0.01	-0.03	0
	ATOVS	0.09	0.08	0.08	0.05
	<b>TOTAL</b>	<b>0.03</b>	<b>-0.01</b>	<b>0.06</b>	<b>0.02</b>

## Observabilité d'un pseudo-inverse obtenu avec un nombre fini de vecteurs singuliers (Mahidjiba et al., 2007)

- **Principaux vecteurs singuliers sont les structures qui croissent le plus rapidement sur une période de temps fini**
  - \* Les premiers 60 SVs ont été calculés en utilisant une norme énergie sèche pour des prévisions à 48-h
  - \* L'erreur de prévision est ensuite projetée sur ces mêmes SVs au temps final permettant ainsi d'exprimer l'erreur au temps initial qui explique l'erreur de prévision (pseudo-inverse)
- **Expériences**
  - \* 18 cas ont été considérés sur la période de Décembre 2007
  - \* Est-ce que ces structures sont observables à partir des observations disponibles?
  - \* Observabilité de  $SV_1$ , le vecteur propre dominant
  - \* Observabilité du pseudo-inverse

## Observabilité du vecteur singulier dominant et du pseudo-inverse

Date	Type d'obs.	Coefficient de corrélation $\rho$		
		SV no. 1 Temps initial	SV no. 1 Temps final	Pseudo-inverse
2007120100	TOTAL	0.0098	0.0067	0.0169
2007120212	TOTAL	0.0140	-0.0179	-0.0011
2007120400	TOTAL	-0.0187	-0.0211	-0.0034
2007120512	TOTAL	0.0022	-0.0020	0.0124
2007120700	TOTAL	0.0159	0.0020	-0.0033
2007120812	TOTAL	0.0019	0.0212	0.0062
2007121000	TOTAL	-0.0029	-0.0151	0.0040
2007121112	TOTAL	0.0054	0.0148	0.0096
2007121300	TOTAL	0.0125	-0.0241	-0.0028
2007121412	TOTAL	0.0224	-0.056	0.0209
2007121600	TOTAL	0.0125	0.0235	0.0234
2007121712	TOTAL	0.0041	0.0465	-0.0064
2007121900	TOTAL	0.0119	-0.0097	-0.0010
2007122012	TOTAL	0.0067	0.0217	0.0047
2007122200	TOTAL	0.0103	-0.0084	-0.0053
2007122312	TOTAL	0.0099	-0.0068	0.0110
2007122500	TOTAL	-0.0020	-0.0065	-0.0059
2007122612	TOTAL	-0.0086	0.0056	-0.0117

## Résumé et conclusions

- **Evaluation du contenu en information des observations peut se faire à partir de diagnostics simples utilisant l'information produite par tout système d'assimilation**
  - \* Impact des observations dépend de l'ensemble des observations assimilées
  - \* Offre une mesure de la cohérence entre les statistiques utilisées par l'assimilation et celles diagnostiquées par la comparaison aux observations de l'analyse et de l'ébauche (OMA et OMP)
- **Impact des observations sur les prévisions peut également être quantifié en utilisant une méthode proposée par Langland and Baker (2004)**
  - \* Sensibilité mesurée à l'aide d'une intégration à rebours du modèle adjoint
  - \* Mêmes outils qui sont utilisée pour calculer les sensibilités *a posteriori* pour identifier la source de l'erreur de prévision (associée ici à une erreur d'analyse)
  - \* L'impact des observations est défini par rapport à leur corrélation avec cette structure particulière
  - \* Nos résultats expliquent en partie pourquoi à peine plus que la moitié des observations ont un impact positif sur la prévision

## Conclusions (suite)

- **Observabilité des fonctions de structure a été définie dans l'espace des observations comme étant une corrélation entre les innovations et l'image de cette fonction dans l'espace des obs. (Hv).**
- **Même si ces structures correspondent bien aux structures qui croissent le plus ou qui croissent pour corriger une erreur de prévision à une échéance donnée**
  - \* *Sensibilités a posteriori sont peu ou pas corrélées aux observations*  
→ *Ceci a été testé pour différentes définitions des ces sensibilités a posteriori*
  - \* *Vecteurs singuliers ne sont également pas observables*
- **Filtre de Kalman réduit ne semble pas être une bonne approche pour représenter les covariances d'erreur de prévision d'un système d'assimilation**
- **Covariances développées telles qu'estimées avec un filtre de Kalman d'ensemble par exemple serait plus appropriée pour un système 4D-Var hybride**

## Remerciements

- **Cette recherche a été financée en partie grâce au support**
  - \* d'Environnement Canada dans le cadre du programme *Subventions et Contributions*,
  - \* de la Fondation Canadienne pour les Sciences du Climat et de l'Atmosphère (FCSCA) et,
  - \* du CRNSG
- **Un gros merci à Pierre Koclas pour son aide avec le développement de scripts SQLite.**