

Comparaison entre le 4D-Var et le filtre de Kalman d'ensemble pour l'assimilation de données radar

Alain Caya

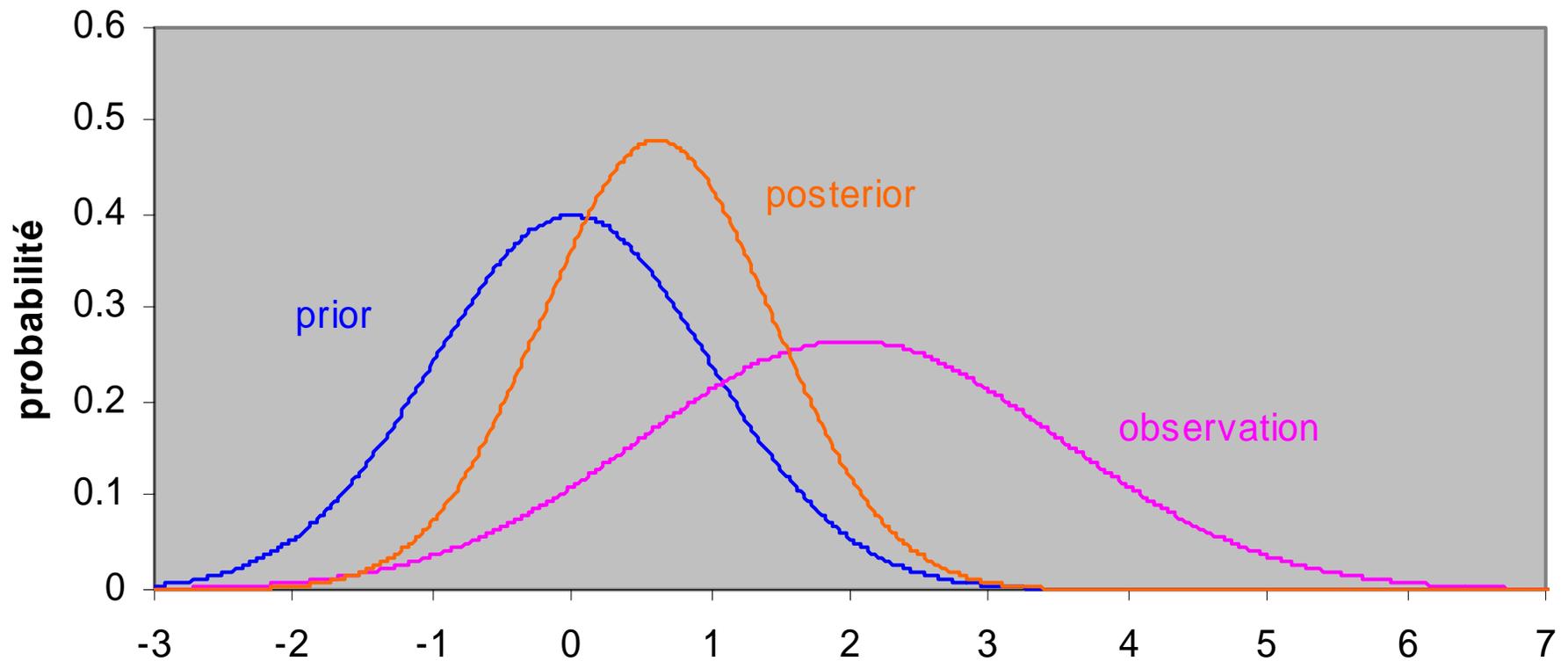
Juanzhen (Jenny) Sun and Chris Snyder
National Center for Atmospheric Research,
Boulder, Colorado

Aperçu

- “A Comparison between the 4D-Var and the Ensemble Kalman Filter Techniques for Radar Data Assimilation”, *Monthly Weather Review*, Vol. **133**, No. 11, 3081-3094
- Assimilation de données d'une super cellule convective simulée
- Données d'un seul radar (pluie + vitesse Doppler)

Assimilation de données

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{Y}_t) = \frac{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{Y}_{t-1})}{\int p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}) p(\mathbf{x} | \mathbf{Y}_{t-1}) d\mathbf{x}}$$



Pour des statistiques normales...

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}_r, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_r \sim \mathbf{N}(0, \mathbf{R})$$

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{Y}_t) \propto e^{-(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^\top \mathbf{P}^{b^{-1}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)} e^{-(\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y})^\top \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y})}$$



$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^\top \mathbf{P}^{b^{-1}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y})^\top \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

Filtre de Kalman (d'ensemble)

$$\bar{\mathbf{x}}^a = \bar{\mathbf{x}}^b + \frac{\mathbf{P}^b \mathbf{H}^\top}{\mathbf{H} \mathbf{P}^b \mathbf{H}^\top + \mathbf{R}} (\mathbf{y} - \mathbf{H} \bar{\mathbf{x}}^b)$$

$$\mathbf{P}^b \mathbf{H}^\top \cong \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}'_i{}^b (\mathbf{H} \mathbf{x}'_i{}^b)$$

$$\mathbf{H} \mathbf{P}^b \mathbf{H}^\top \cong \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{H} \mathbf{x}'_i{}^b) (\mathbf{H} \mathbf{x}'_i{}^b)$$

Défis à l'échelle convective

- Le radar donne seulement une composante de la vitesse et la réflectivité;
- Les statistiques d'erreur de prévisions sont difficile à estimer;
- Méthode 4D requise.

En théorie...

1. Dans le cas linéaire où l'erreur de modèle est négligé, le 4D-Var et le filtre de Kalman complet donnent le même résultat à la fin de la période d'assimilation (Lorenç, 1986).
2. $\text{EnKF} \xrightarrow{\lim N \rightarrow \infty} \text{KF}$
3. Le 4D-Var donne l'état le plus probable même avec un modèle non-linéaire.

En pratique...

	4D-Var	EnKF
Le modèle est non-linéaire	☺	
Statistiques d'erreurs de prévision		☺
Erreurs d'échantillonnage	☺	
Algorithme		☺

Le modèle

- Anélastique (Sun & Crook, 1997, 1998)
- Microphysique pour la pluie seulement
- Domaine: 140 km × 140 km × 17.5 km
- Grille: 2 km horizontale, 500 m verticale

Simulation

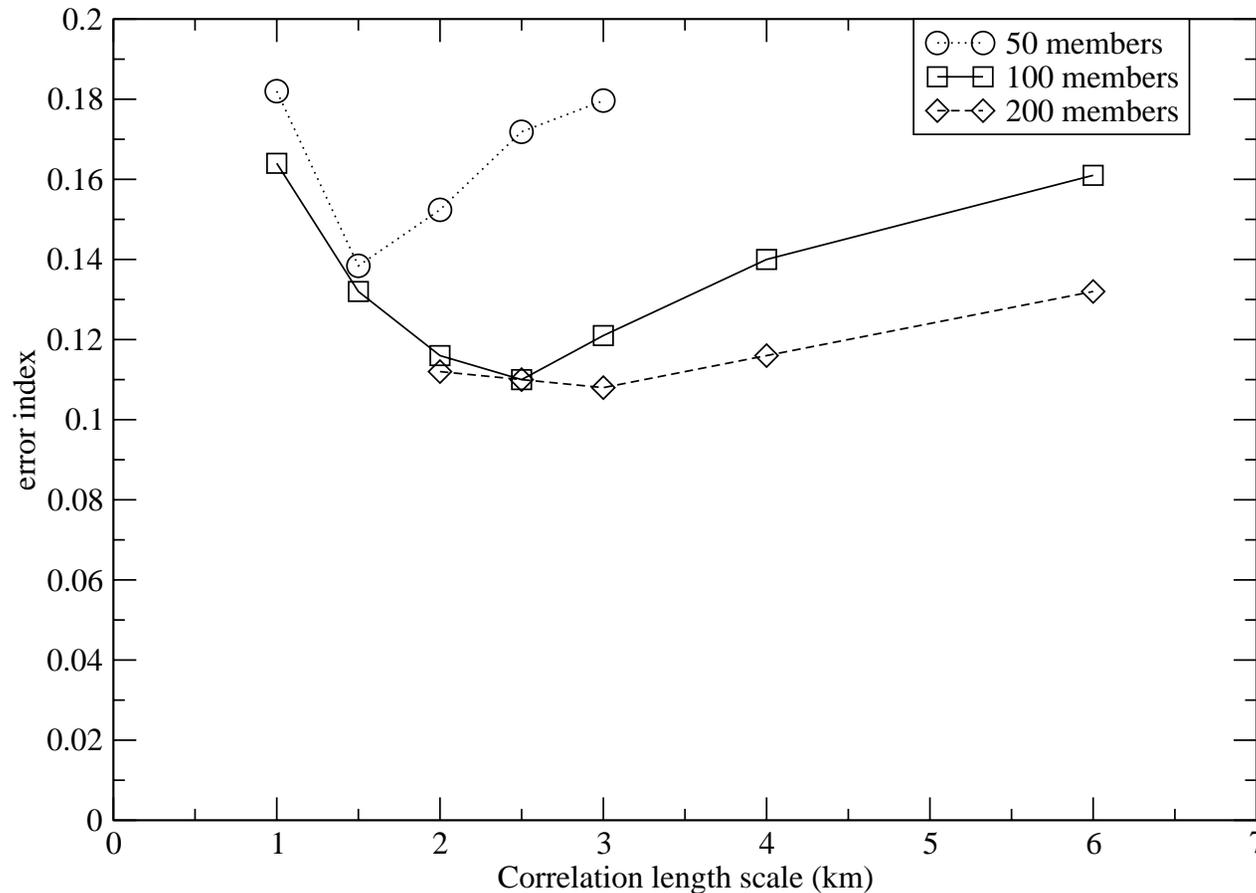
- Champs initiaux horizontalement uniformes, avec bulle chaude.
- Vitesses Doppler et pluie aux 5 minutes, aux endroits où la réflectivité dépasse 12 dBZ.

4D-Var

- L'ébauche est le sondage initial; la minimisation débute avec l'état modèle du cycle précédent.
- La matrice de covariances d'erreur de prévision (\mathbf{P}^b) est diagonale; une contrainte sur la divergence horizontale et de lissage spatial et temporelle est utilisée.
- Le terme d'ébauche de la fonction coût est nul aux endroits observés.
- Fenêtre d'assimilation de 10 minutes.

Filtre de Kalman d'ensemble

- Observations non perturbées, assimilées une à une.
- Covariances localisées.



Conditions initiales

- Le contenu en pluie est initialisé par la valeur observée.
- La “température potentielle eau-liquide” est ajustée:

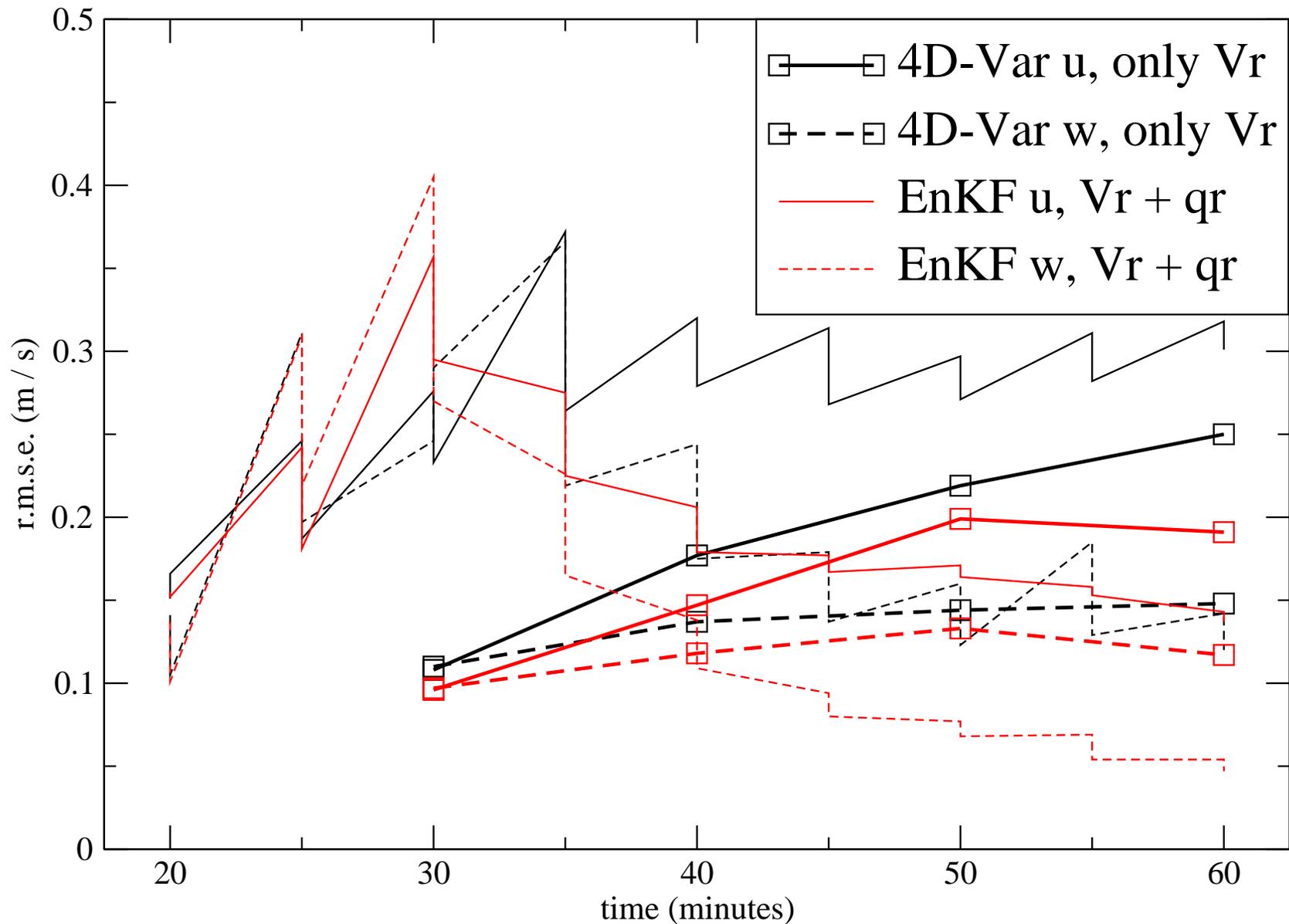
$$\theta_l = \theta \left(1 - \frac{L_v}{c_p T} (q_c + q_r) \right)$$

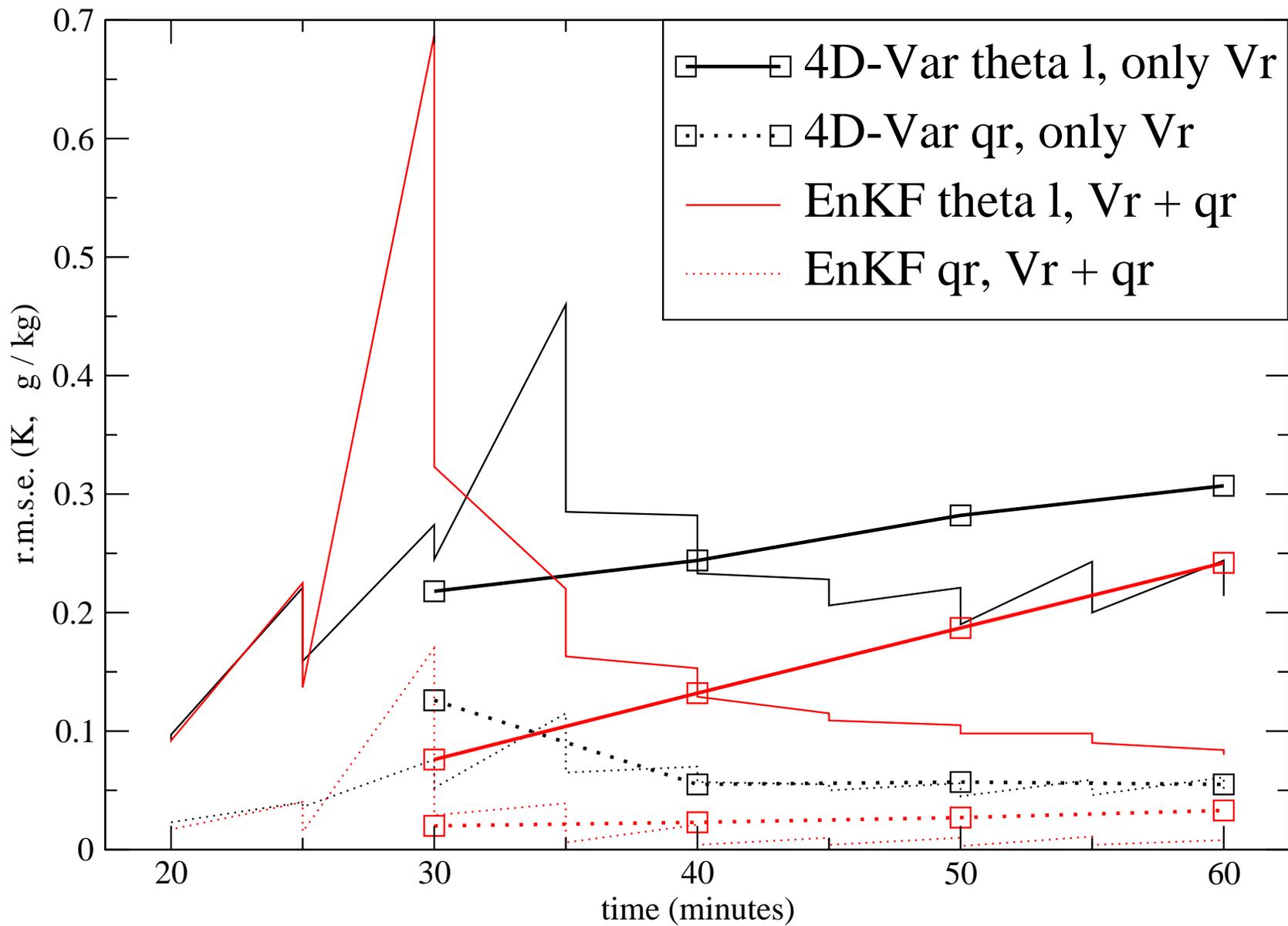
- Les autres variables ont les valeurs du sondage.
- Toutes les variables sont perturbées aux endroits d'observation.

Expériences

1. Effet de l'assimilation du contenu en pluie.
2. Assimilation commençant tardivement.
3. Impact de l'erreur du temps d'observation.
4. Assimilations très fréquentes.

1. Effet de l'assimilation de la pluie.

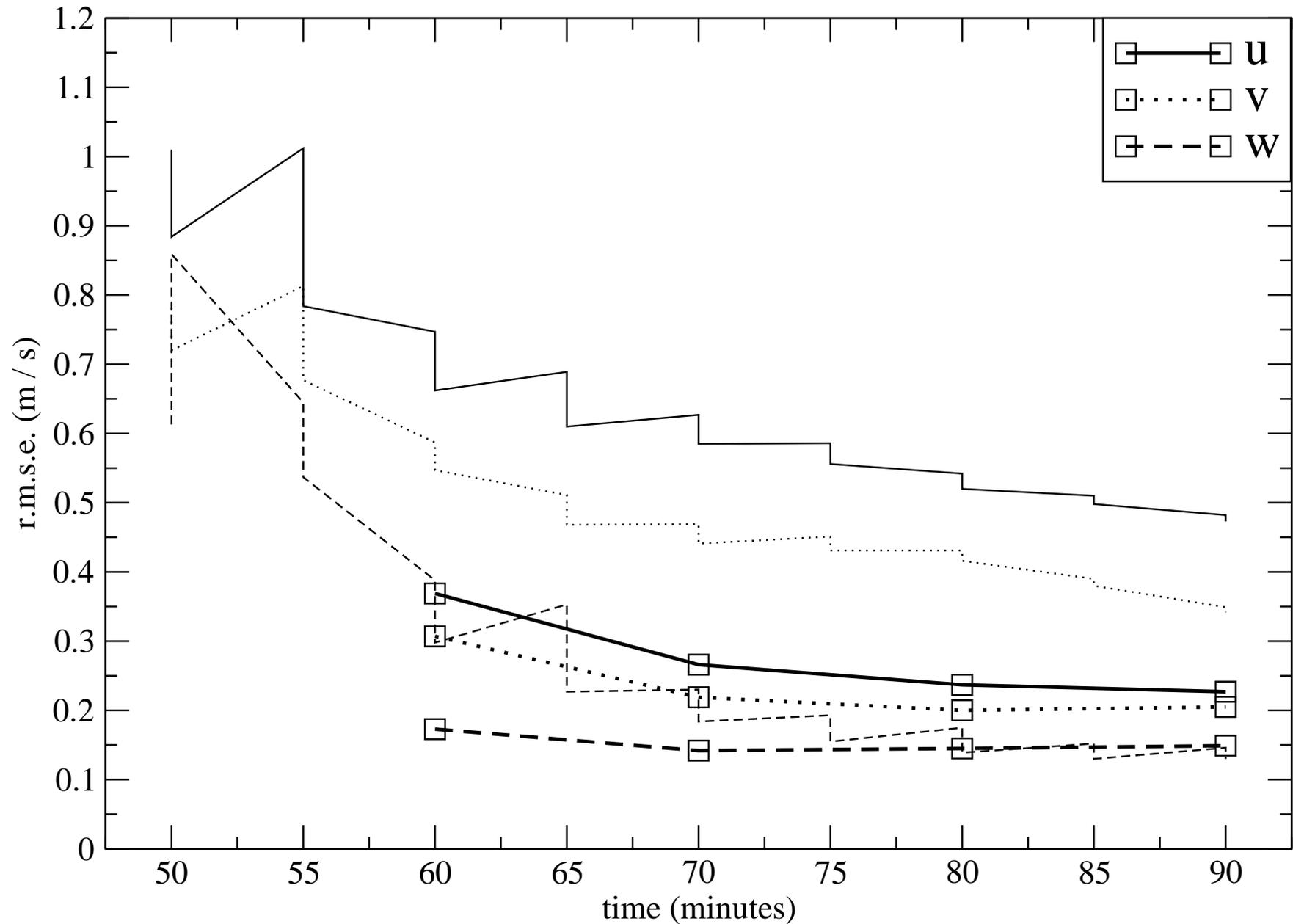


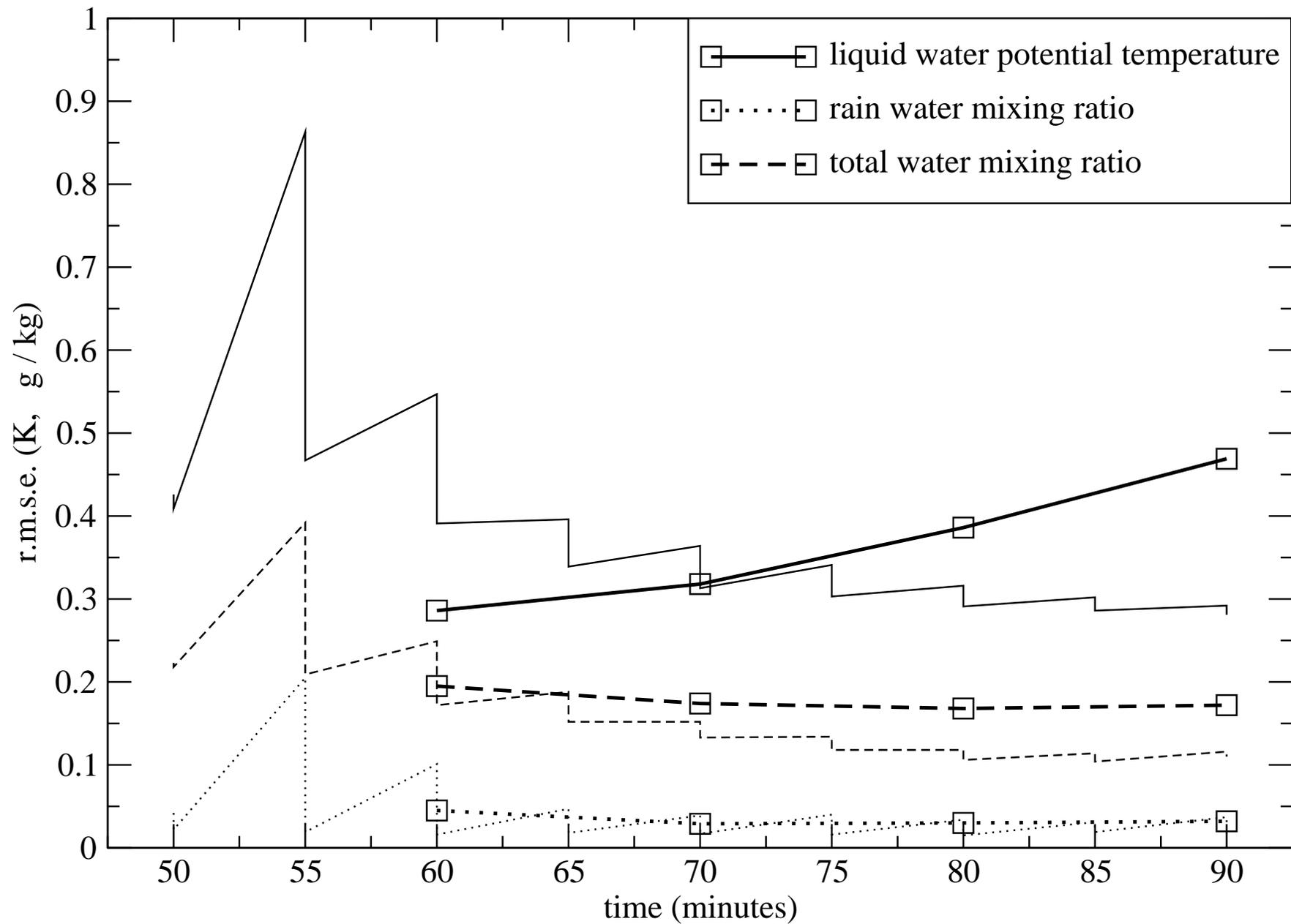


1. Effet de l'assimilation de la pluie.

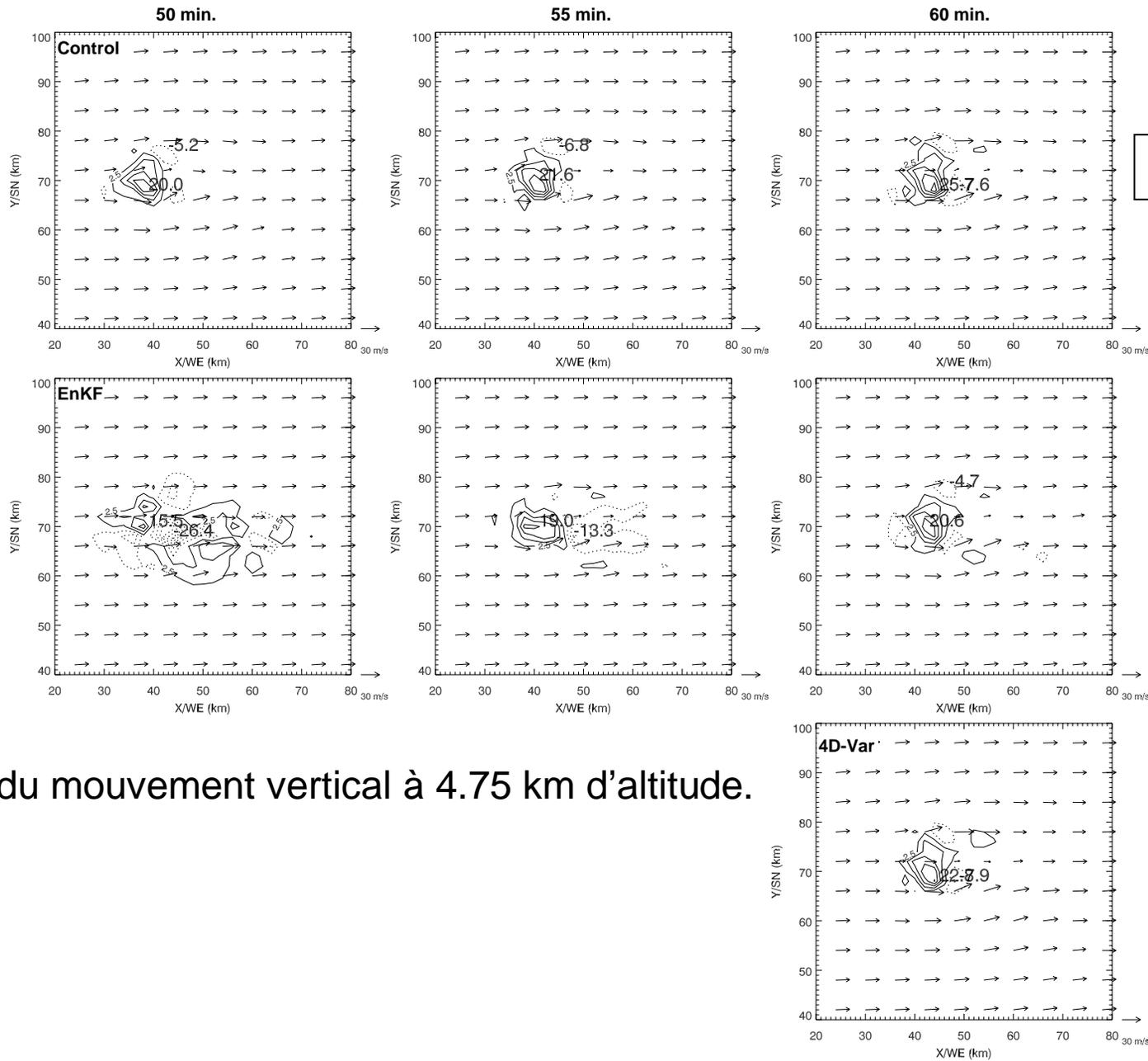
Exp. #	25 membres		100 membres	
	V_r	q_r	V_r	q_r
1	1.30	0.29	0.24	0.17
2	0.40	0.33	0.19	0.18
3	0.29	0.27	0.23	0.19
4	0.64	0.30	0.20	0.17
5	0.35	0.28	0.22	0.18
6	1.27	0.55	0.19	0.18
7	0.39	0.30	0.21	0.17

2. Assimilation commençant tardivement.





2. Assimilation commençant tardivement.



Vérification

EnKF

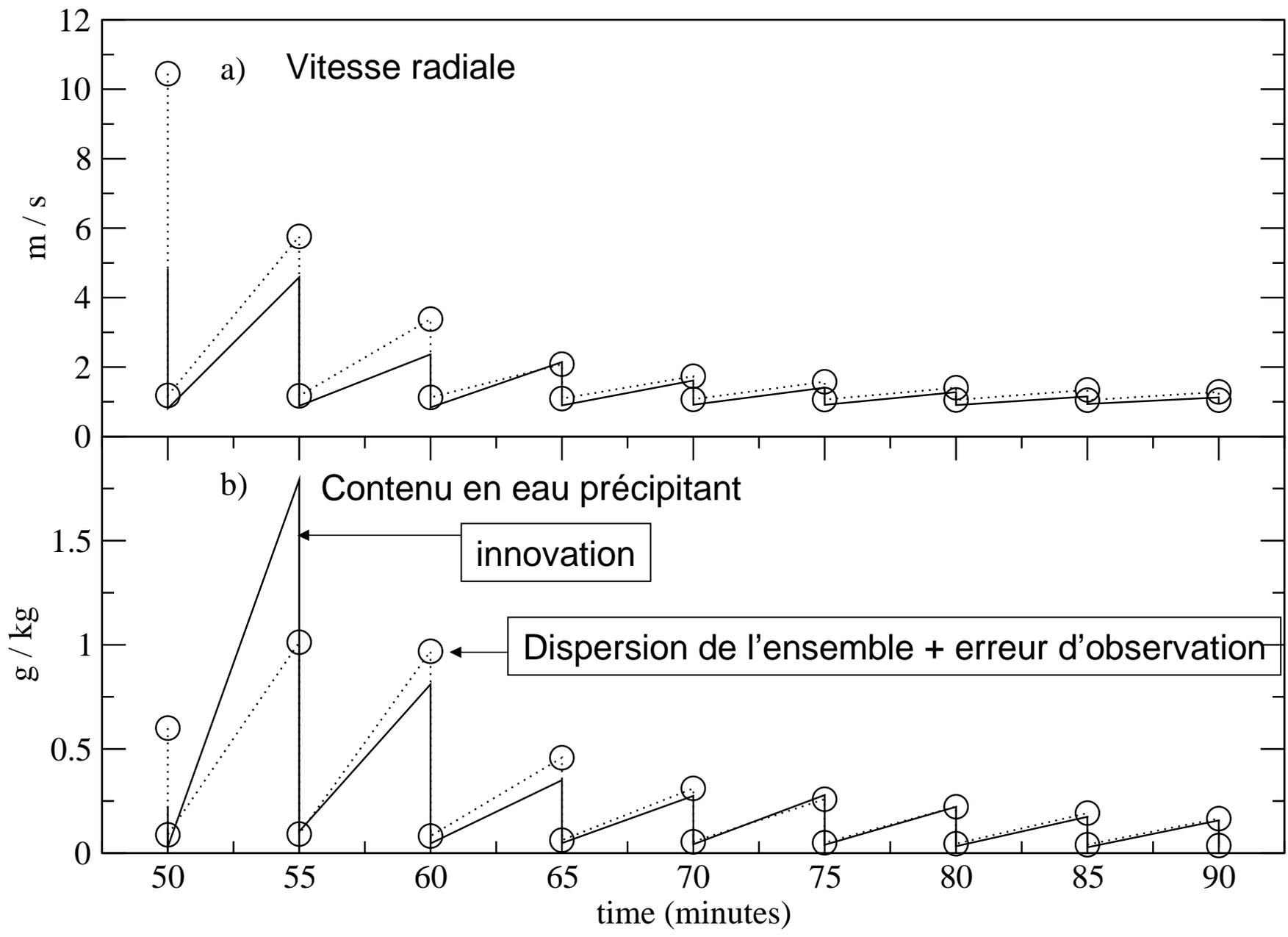
4D-Var

Analyses du mouvement vertical à 4.75 km d'altitude.

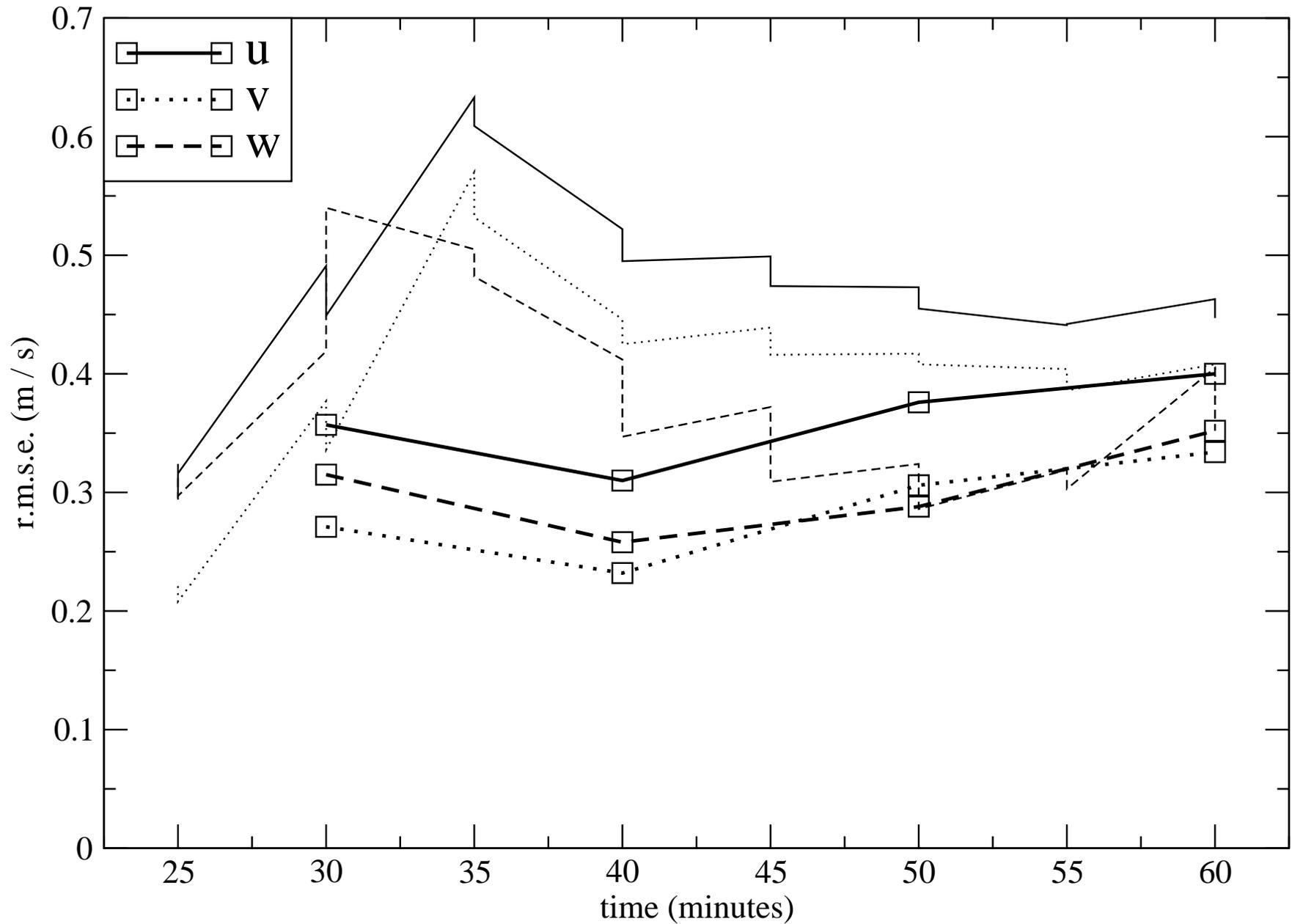
Un diagnostique pour le filtre

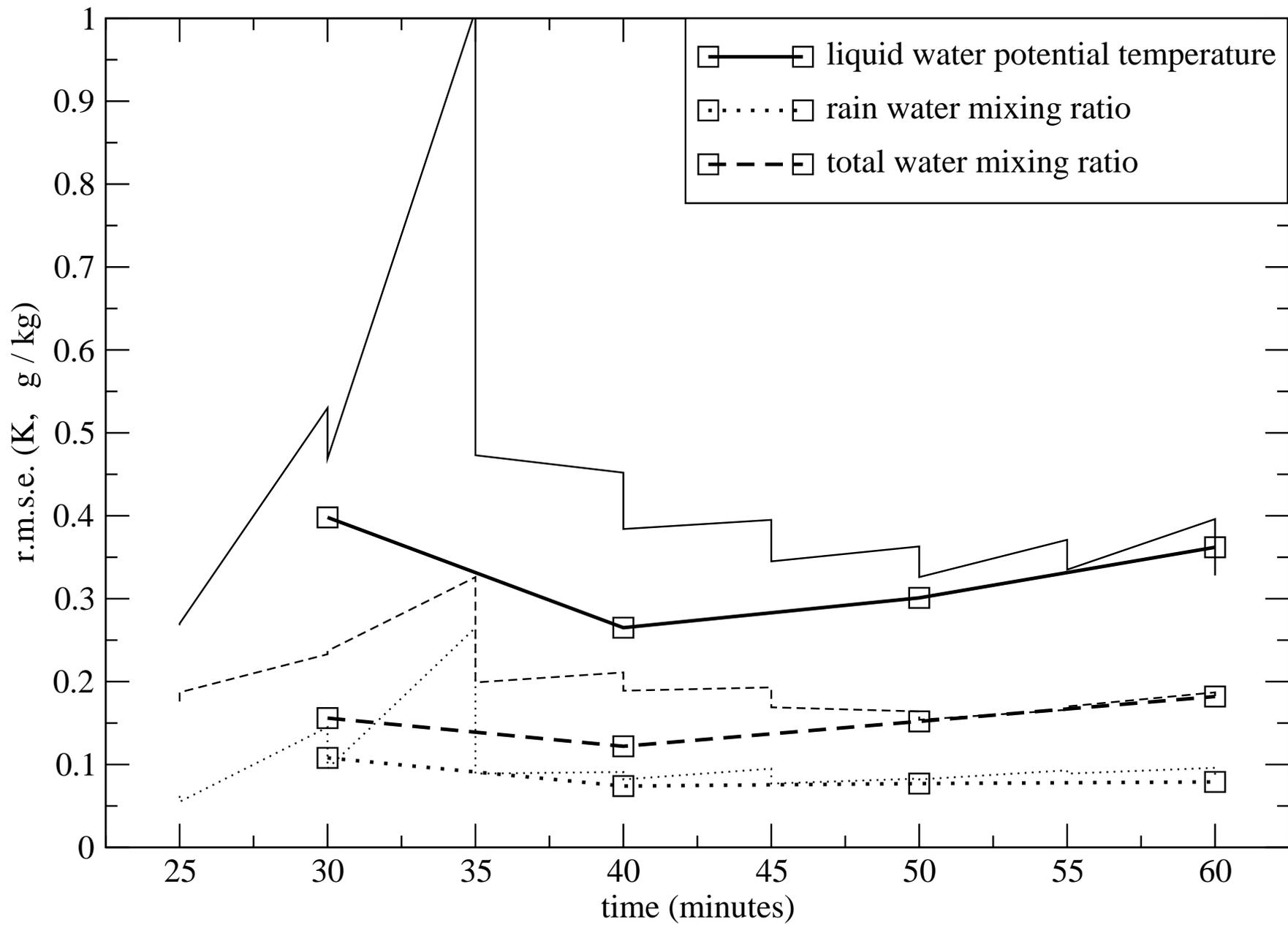
$$\mathbf{d}_i = \mathbf{y}_i - \overline{H(\mathbf{x}_i^f)}$$

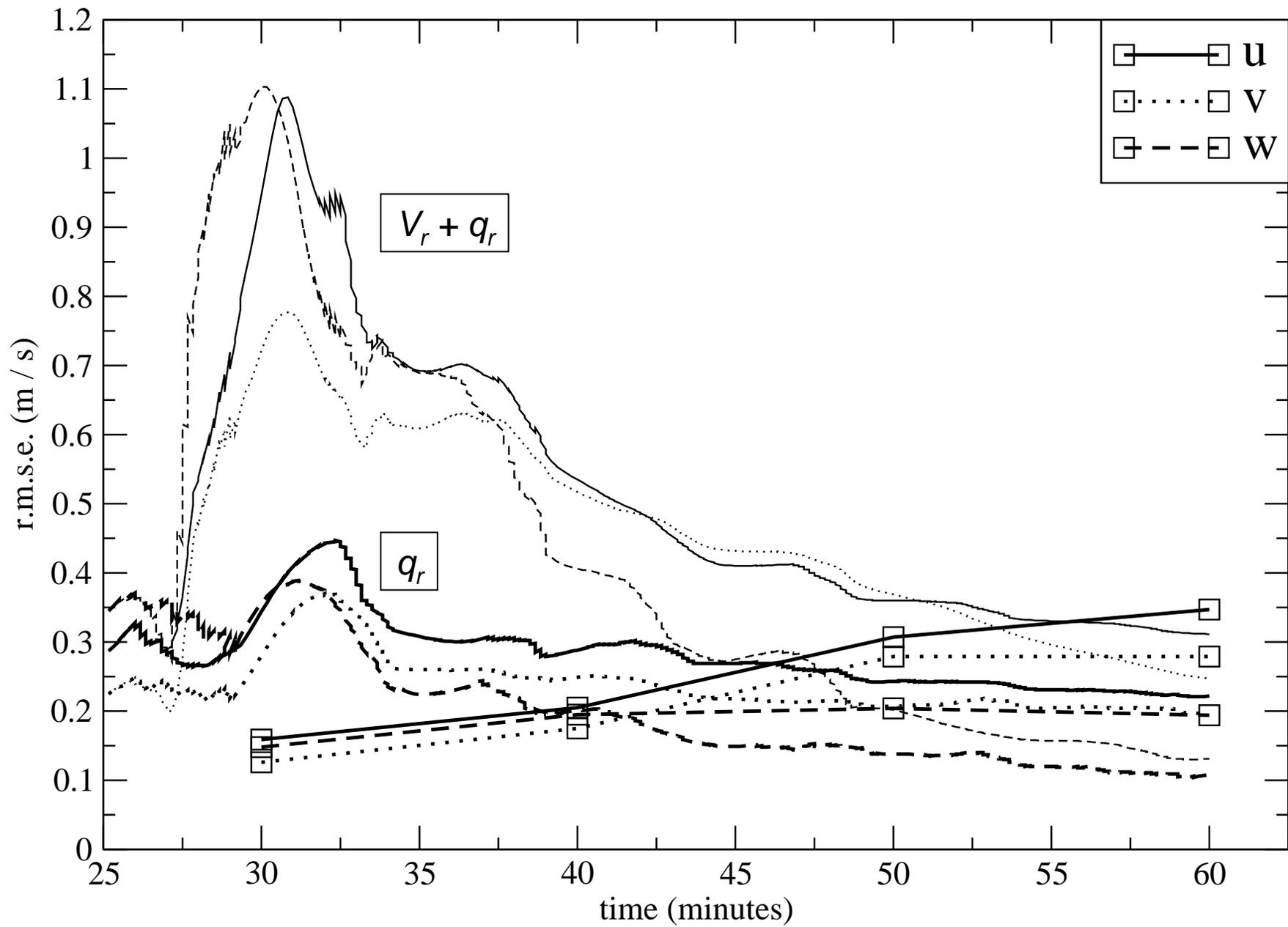
$$\mathbf{E}[\mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^\top] \approx (n_e - 1)^{-1} \sum_j \left[H(\mathbf{x}_{i,j}^f) - \overline{H(\mathbf{x}_i^f)} \right] \left[H(\mathbf{x}_{i,j}^f) - \overline{H(\mathbf{x}_i^f)} \right]^\top + \mathbf{R}$$

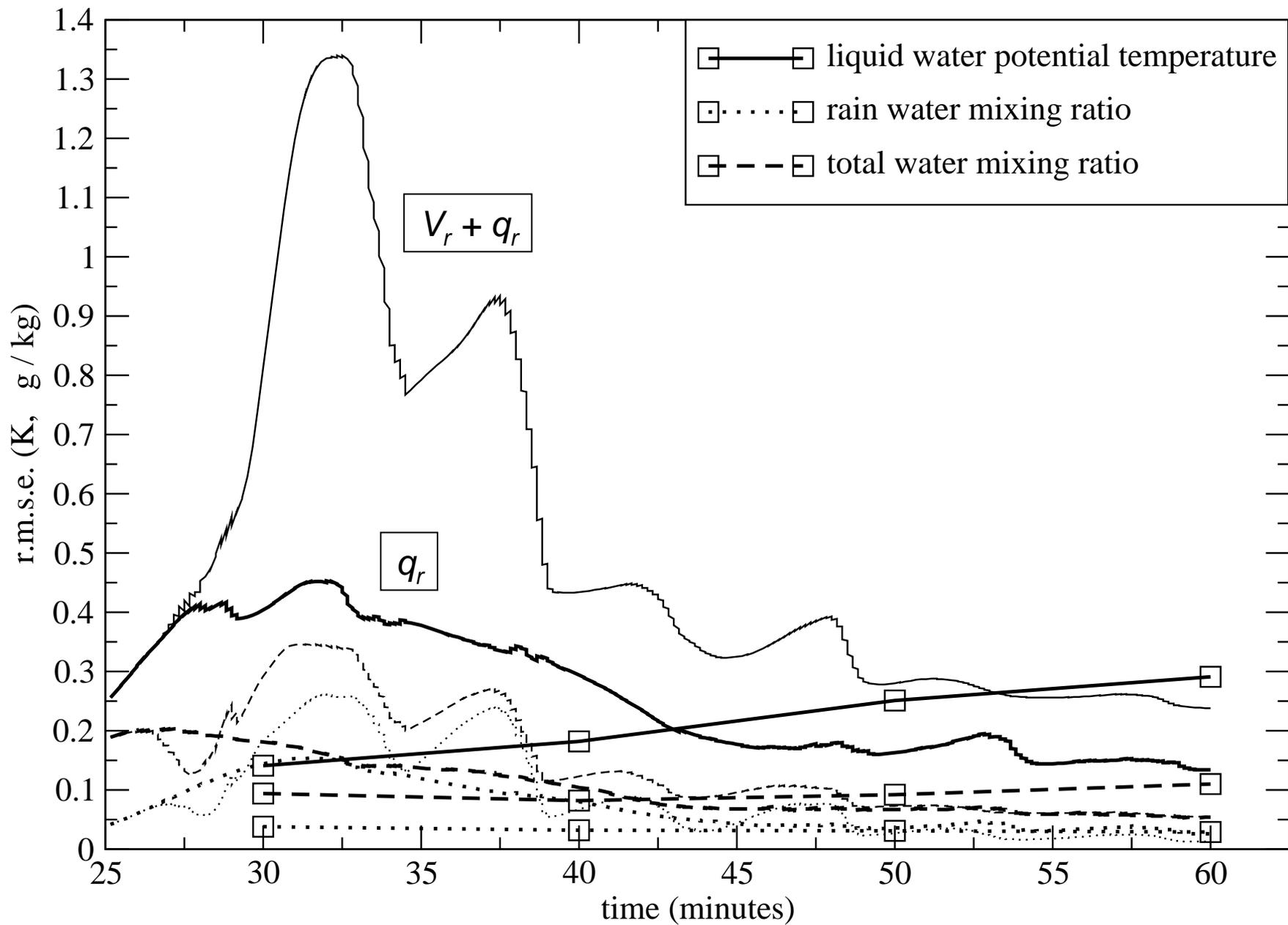


3. Impact de l'erreur du temps d'observation.









En conclusion...

- Le 4D-Var performe mieux que le EnKF en début d'assimilation, surtout pour les vents.
- Le EnKF performe mieux que le 4D-Var à mesure que l'assimilation progresse, surtout pour les variables non directement observées, comme la température.
- Assimilations très fréquentes possible avec les 2 algorithmes.

Discussion

- Le 4D-Var utilise des statistiques d'erreurs de prévision très simple et fixes.
- Les résultats avec le EnKF en début d'assimilation bénéficieraient d'un meilleur ensemble initial.