Montagnes de fine échelle & Dynamique du MC2

C. Girard, M. Desgagné & R. Benoît

Recherche en Prévision Dynamique

Merci à
P. Pellerin
S. Chamberland

Question:

Montagnes & Advection semi-Lagrangienne ...
Y aurait-il encore un problème?

Réponse:

Oui, certainement, bien qu'à très fine échelle,
du moins dans le MC2,
du moins encore il n'y a pas si longtemps!

...une histoire à raconter ...

Il y a eu l'expérience M esoscale A lpine P rogram

Benoît, R., S. Chamberland, M. Desgagné, C. Girard, P. Pellerin, W. Yu et al., 2002: The real-time *ultrafine forecast* support during the special observing period of the MAP, Bull. Amer. Meteor. Soc. **83**, 85-109.

Il y a eu Christoph Shaer et son équipe à l'ETH (Suisse)

Shaer, C. et al. [C. Girard] , 2002: A *new terrain-following vertical coordinate* formulation for high resolution numerical weather prediction models, Mon. Wea. Rev., **130**, 2459-2480.

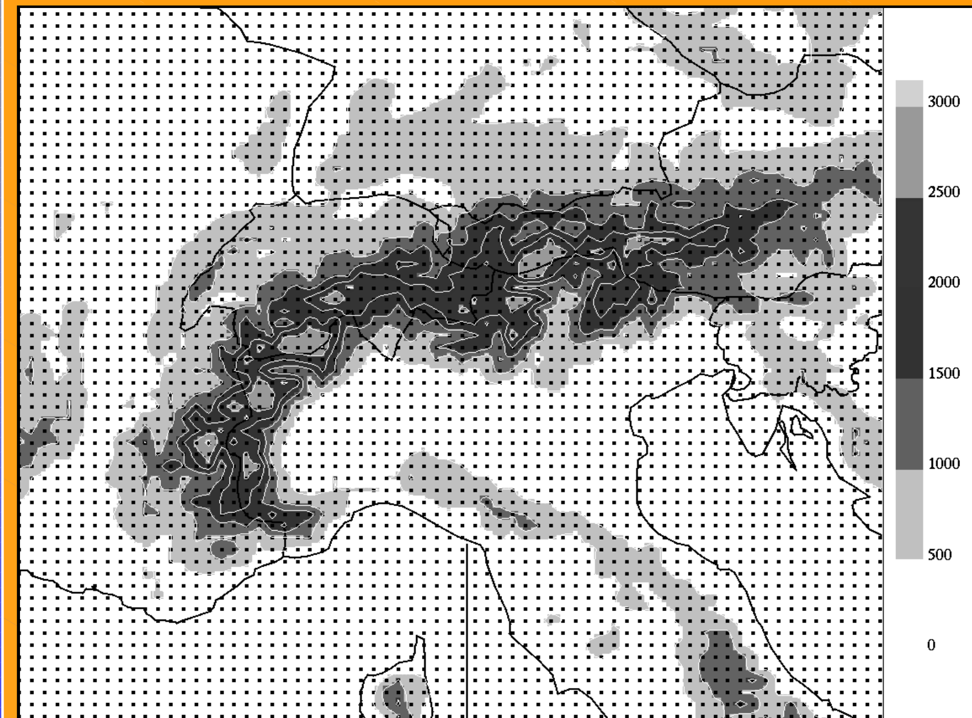
Il y a eu Joseph Klemp et ses collègues au NCAR

Klemp et al., 2002: *Numerical consistency* of finite differencing in terrain-following coordinates, Mon. Wea. Rev.

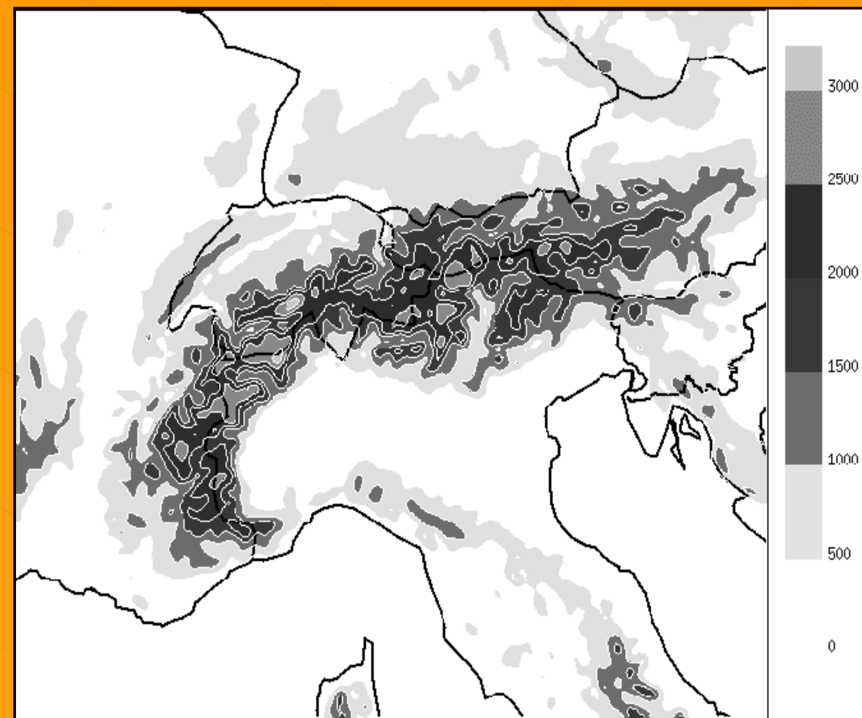
Il y a nous

Benoit, R., C. Girard, M. Desgagné, S. Chamberland, W.Yu, 2002: Finescale orography and the *MC2 dynamics kernel*, MAP conference, Denver

MC2 a servi pour faire les prévisions à travers les Alpes avec une résolution de 3 km durant la campagne de mesure MAP en 1999.



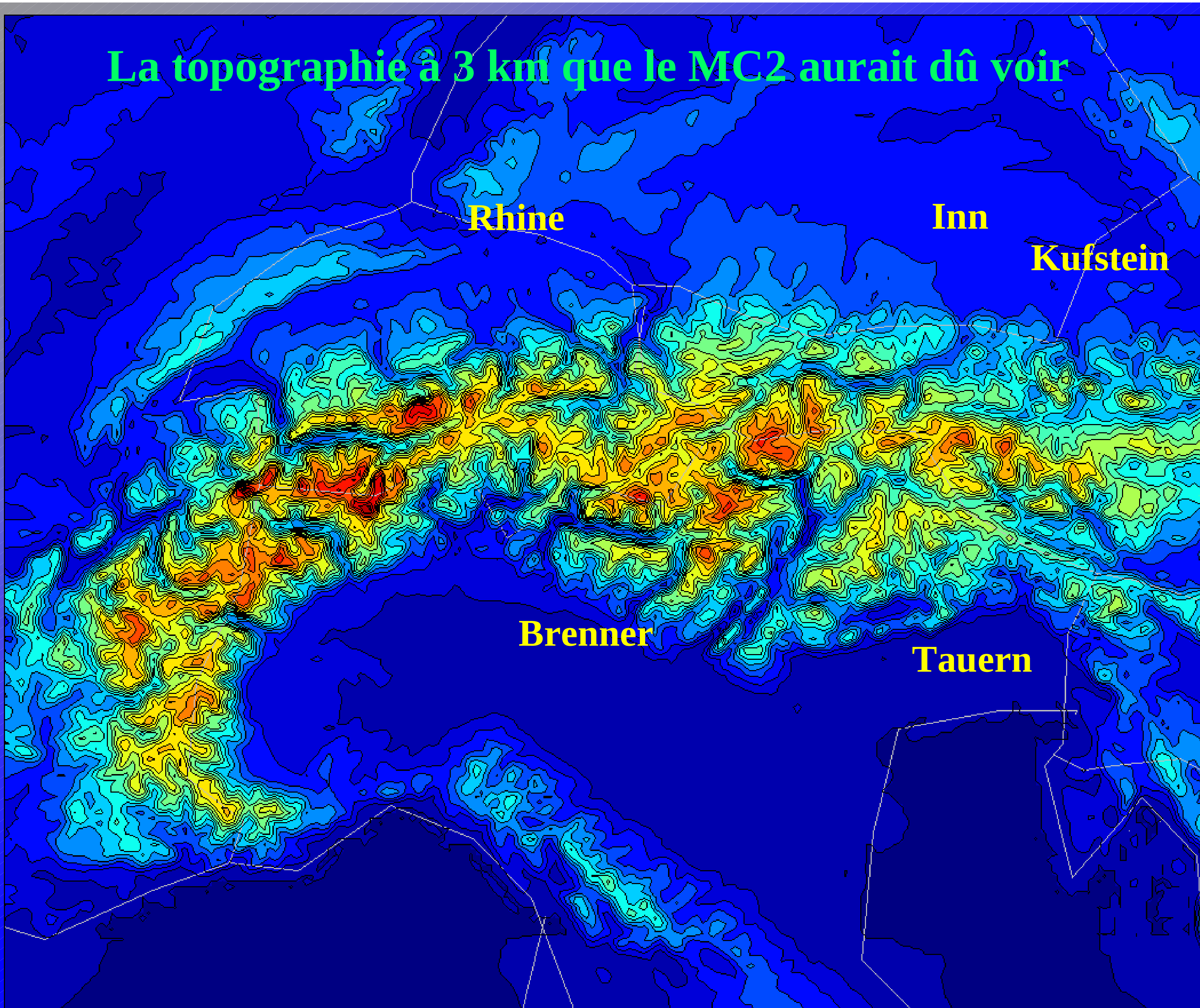
Terrain du modèle suisse, résolution de 14 km



Terrain du MC2 MAP-SOP, résolution de 3 km

Un problème?

La topographie à 3 km que le MC2 aurait dû voir



Shaer propose une nouvelle ...

Coordonnée Verticale Généralisée Z

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{G_0}\frac{\partial}{\partial Z}$$

$$\nabla_z = \nabla_{\boldsymbol{z}} + \frac{\mathbf{G}}{G_0}\frac{\partial}{\partial Z}$$

$$\frac{d\mathbf{V}_H}{dt} + \nabla_z P = \mathbf{R}_H$$

$$\frac{dw}{dt} + \left(\frac{\partial}{\partial z} - \beta^*\right) P - B = R_w$$

$$\frac{d}{dt}\left[B - \gamma^* P\right] + w\,N_*^2 = R_B$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{c_*^2}\right) + \nabla_z \cdot \mathbf{V}_H + \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{g}{c_*^2}\right) w = R_P$$

Coordonnée Verticale Généralisée Z

$$\frac{d\mathbf{V}_H}{dt} + \left(\nabla_z + \frac{\mathbf{G}}{G_o}\frac{\partial}{\partial Z} \right) P = \mathbf{R}_H$$

$$\boxed{G_0 = \frac{\partial z}{\partial Z}}$$

$$\frac{dw}{dt} + \left(\frac{1}{G_o}\frac{\partial}{\partial Z} - \beta^* \right) P - B = R_w$$

$$\boxed{-\mathbf{G} = \frac{\partial z}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial z}{\partial y}\mathbf{j}}$$

$$\frac{d}{dt}\left[B - \gamma^* P \right] + w\, N_*^2 = R_B$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{c_*^2} \right) + \left(\nabla_z + \frac{\mathbf{G}}{G_o}\frac{\partial}{\partial Z} \right) \cdot \mathbf{V}_H + \left(\frac{1}{G_o}\frac{\partial}{\partial Z} - \frac{g}{c_*^2} \right) w = R_P$$

Coordonnée Verticale Généralisée Z

$$\mathbf{G} = G_1\mathbf{i} + G_2\mathbf{j} = -\nabla_{\mathbf{Z}}(z)$$

G représente la métrique dans la verticale

$$G_0 = \frac{\partial z}{\partial Z}$$

$$-G_1 = \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$-G_2 = \frac{\partial z}{\partial y}$$

Coordonnée Verticale Généralisée Z

Shaer propose

GALCHEN

$$z(x,y,Z) = Z + z_0(x,y)\,b(z)$$

$$b = 1 - Z/H$$

ou

$$Z = H\frac{z - z_0}{H - z_0}$$

SLEVE

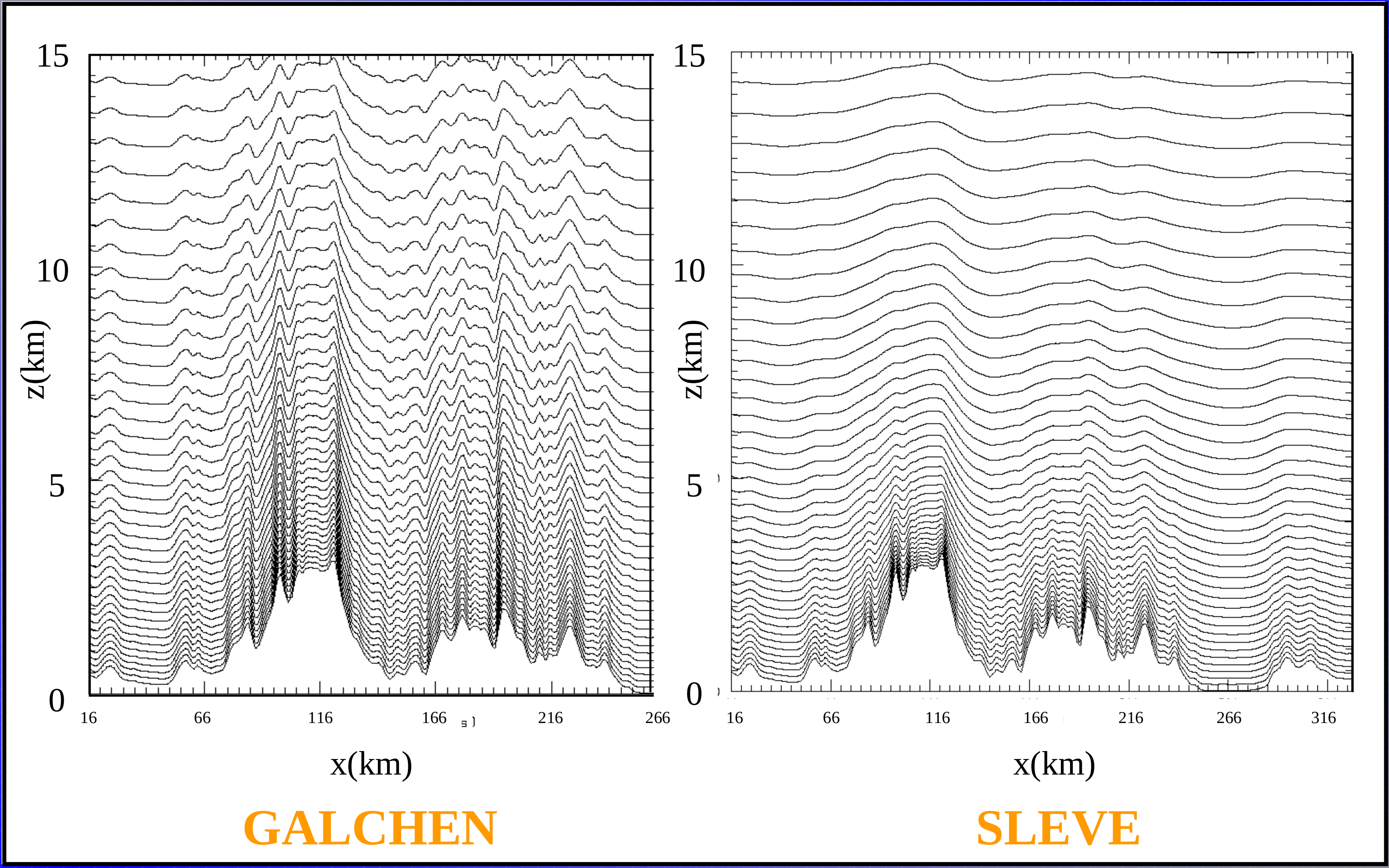
$$z = Z + z_{01}b_1 + z_{02}b_2$$

$$b_i = \frac{\sinh\left[(H-Z)/s_i\right]}{\sinh\left[H/s_i\right]}$$

$$z_{01} + z_{02} = z_0$$

$$e.g.\ s_1 = 15\,km;\ s_2 = 3\,km$$

Isolignes de *Z*(x,z)



Shaer invente un test théorique pour vendre sa nouvelle coordonnée ...

MATLAB
Merci à
A. Plante

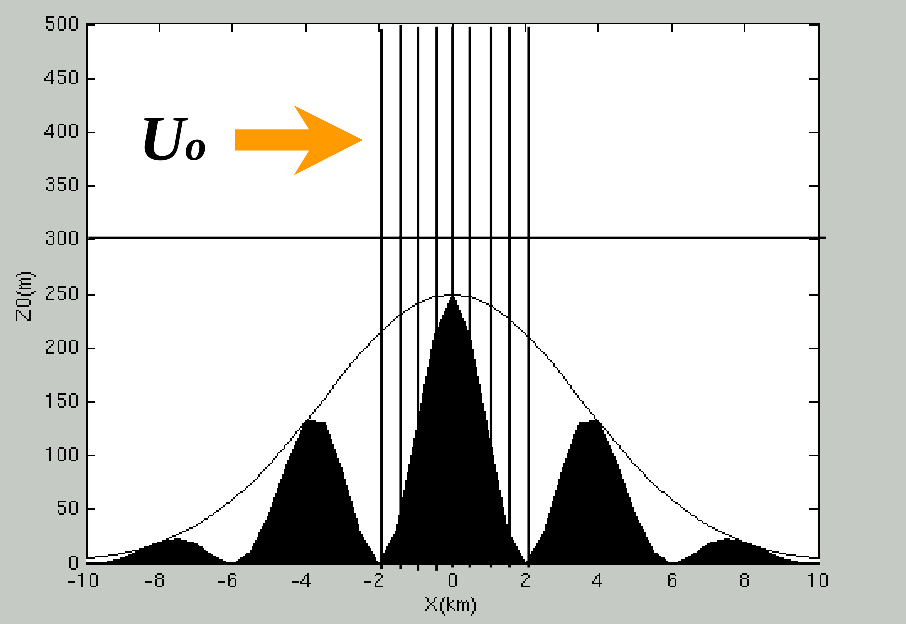
Ondes de montagne simulation 2d

$$N_o = 10^{-2}\, s^{-1};\ U_o = 10\ ms^{-1}$$
$$T_o = 288\ K; \qquad p_o = 10^5\ Pa$$

$$z_o = z_{oo} e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^2} \cos^2\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)$$
$$z_{oo} = 250\ m;\ a = 5\ km; \lambda = 4\ km$$

$$L = 200\ km;\ H = 19.5\ km$$
$$\Delta x = 0.5\ km; \Delta Z = 0.3\ km; \Delta t = 6\ s$$
$$\lambda = 8\Delta x; s_1 = 5\ km; s_2 = 2\ km$$

$$z_0 = 250.*\exp\left(-\left(x/5\right)^2\right)*\cos^2\left(\pi x/4\right)$$



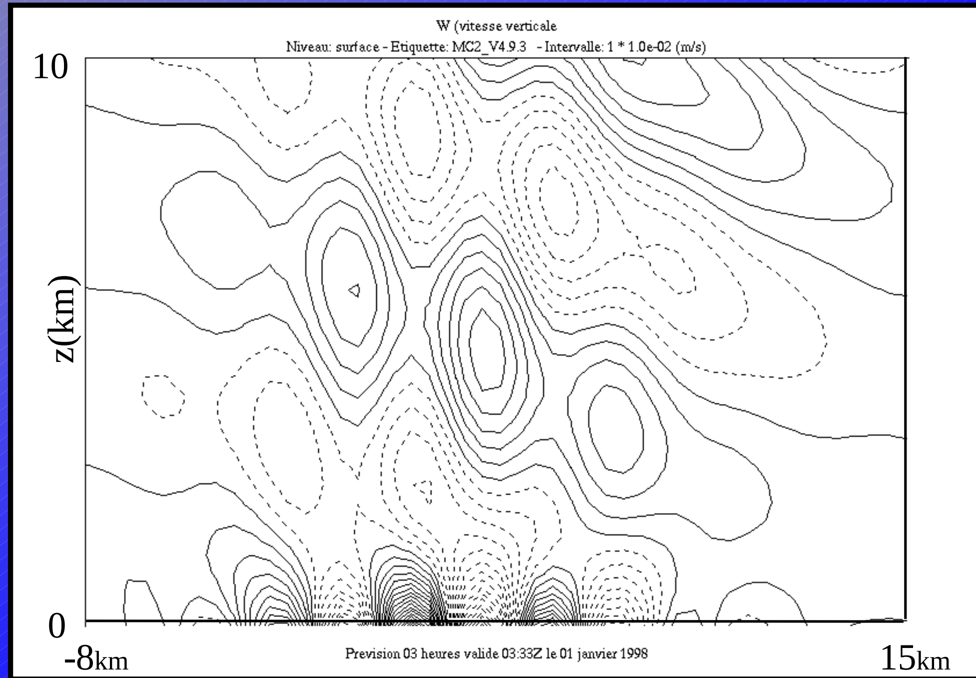
Δz=300 m

19.5 km

8Δx

200 km

MC2
GALCHEN



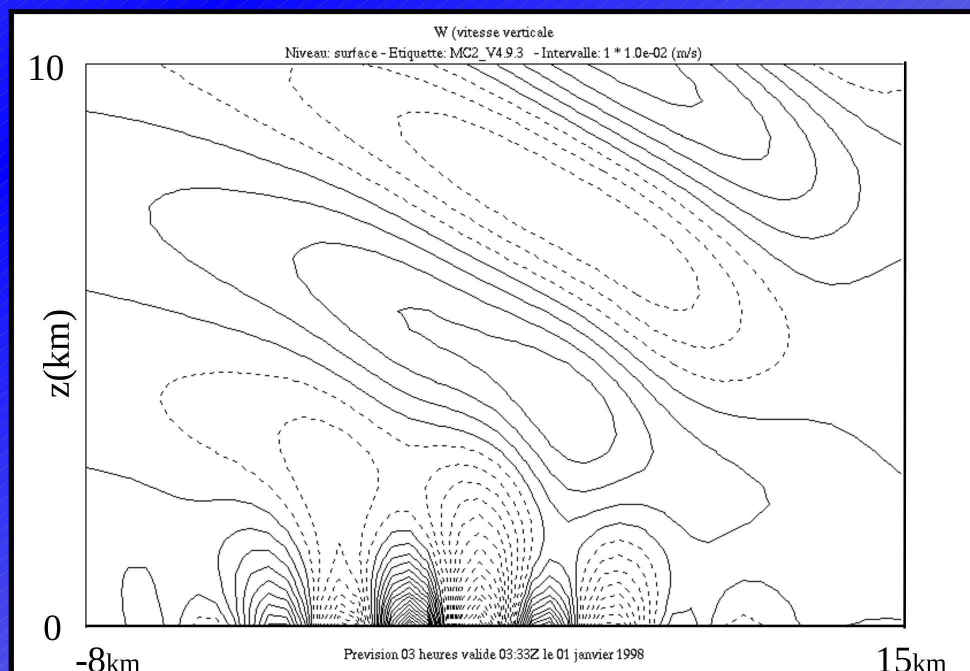
Ondes de montagne
simulation 2d

$$N_o = 10^{-2}\, s^{-1};\ U_o = 10\ ms^{-1}$$
$$T_o = 288\ K; \quad p_o = 10^5\ Pa$$

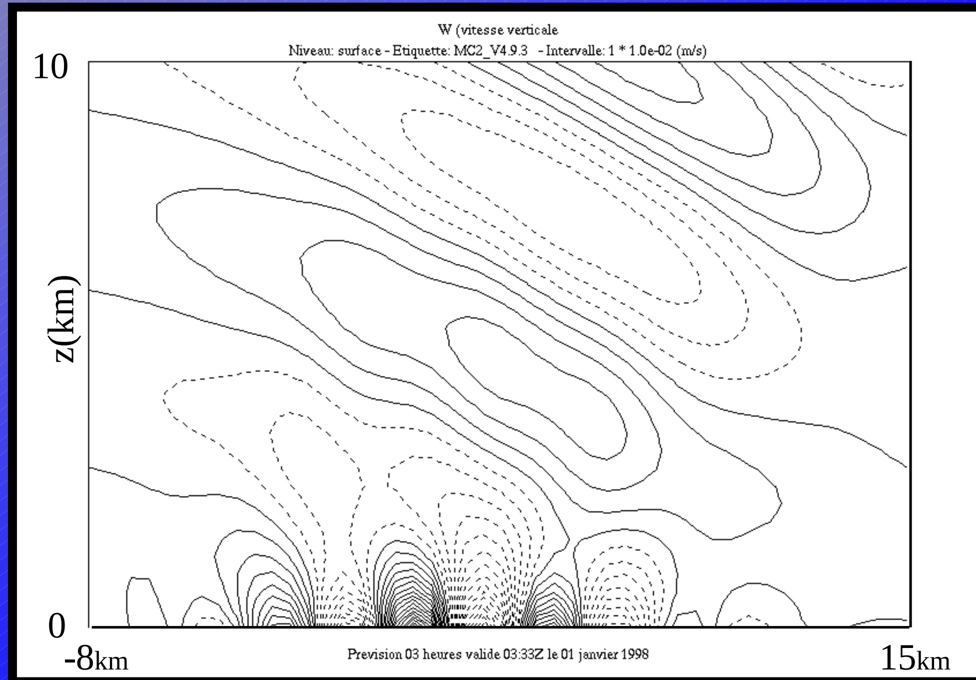
$$z_o = z_{oo} e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^2} \cos^2\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)$$
$$z_{oo} = 250\ m;\ a = 5\ km; \lambda = 4\ km$$

$$L = 200\ km;\ H = 19.5\ km$$
$$\Delta x = 0.5\ km; \Delta Z = 0.3\ km; \Delta t = 6\ s$$
$$\lambda = 8\Delta x; s_1 = 5\ km; s_2 = 2\ km$$

Solution
analytique



MC2 SLEVE



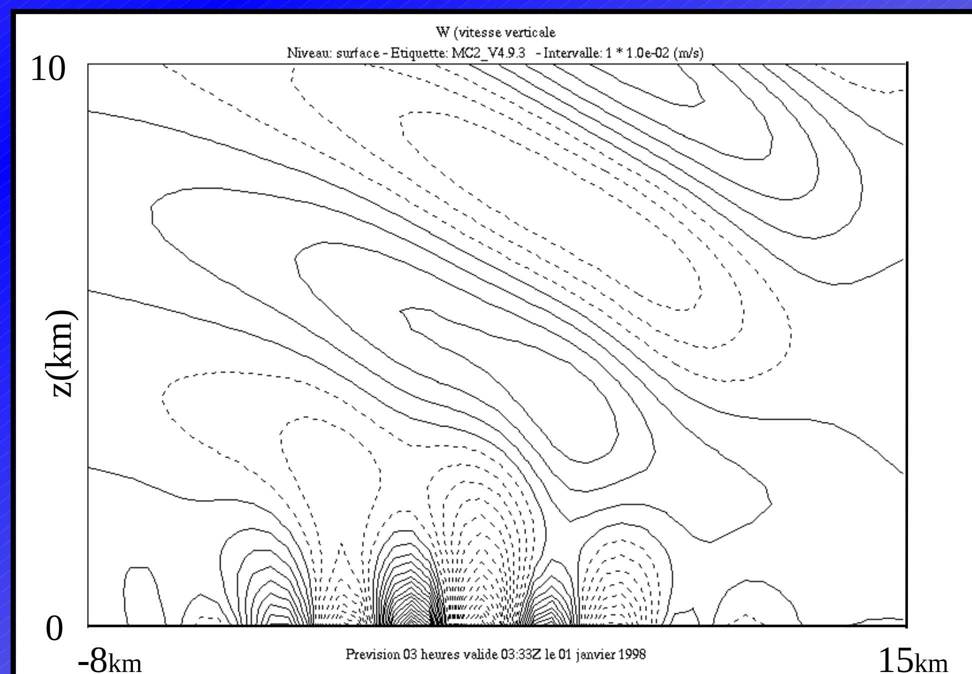
Ondes de montagne simulation 2d

$$N_o = 10^{-2}\,s^{-1};\; U_o = 10\ ms^{-1}$$
$$T_o = 288\ K;\qquad p_o = 10^5\ Pa$$

$$z_o = z_{oo} e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^2} \cos^2\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)$$
$$z_{oo} = 250\ m;\; a = 5\ km;\ \lambda = 4\ km$$

$$L = 200\ km;\; H = 19.5\ km$$
$$\Delta x = 0.5\ km;\ \Delta Z = 0.3\ km;\ \Delta t = 6\ s$$
$$\lambda = 8\Delta x;\ s_1 = 5\ km;\ s_2 = 2\ km$$

Solution analytique



Coordonnée SLEVE

Conclusions:

- les ondes de montagne sont beaucoup mieux représentées.
- il y a beaucoup moins de bruit dans le modèle.

Oui, mais …

… il s’est avéré que pas tous les modèles
traitent le problème théorique de façon erronnée …

… il y avait donc dans le MC2 **un problème additionnel** à celui de la coordonnée proprement dite.

Recherche des Causes du Problème

1. Serait-ce ***la non-linéarité***, le traitement des termes non-linéaires?

En effet, la solution analytique est linéaire. On devrait donc pouvoir enlever tous les termes non-linéaires des équations sans affecter substantiellement les résultats. Nous avons donc annulé les côtés droits des équations :

$$\frac{d\mathbf{V}_H}{dt} + \left(\nabla z + \frac{\mathbf{G}}{G_o}\frac{\partial}{\partial Z} \right) P = 0$$

$$\frac{dw}{dt} + \left(\frac{1}{G_o}\frac{\partial}{\partial Z} - \beta^* \right) P - B = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left[B - \gamma^* P \right] + w N_*^2 = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{c_*^2} \right) + \left(\nabla z + \frac{\mathbf{G}}{G_o}\frac{\partial}{\partial Z} \right) \cdot \mathbf{V}_H + \left(\frac{1}{G_o}\frac{\partial}{\partial Z} - \frac{g}{c_*^2} \right) w = 0$$

On peut également linéariser l'advection (nous l'avons fait):

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla + W \frac{\partial}{\partial Z} \approx \frac{\partial}{\partial t} + U_o \frac{\partial}{\partial x} + W_o \frac{\partial}{\partial Z}$$

Ici, Wo n'est pas nul. On l'obtient en négligeant la vraie vitesse w:

$$\frac{dz}{dt} = w = \frac{\partial z}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla z + W \frac{\partial z}{\partial Z} = -\mathbf{V} \cdot \mathbf{G} + W G_o \approx -U_o G_1 + W_o G_o = 0$$

si bien que:

$$\frac{d}{dt} \approx \frac{\partial}{\partial t} + U_o \left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{G_1}{G_o} \frac{\partial}{\partial Z} \right]$$

$$G_0 W_0 \approx G_1 U_0$$

Sont-ce donc les non-linéarités? **Eh bien! Non!**

2. Serait-ce le ***schéma semi-implicite*** ?

Les erreurs de discrétisation temporelle doivent normalement diminuer si l’on diminue le pas de temps (*convergence*). Est-ce le cas ici?

Eh bien! Non!

Nous avons *diminué le pas de temps* de 8 à 0.32 secondes (1/25) sans changement notable à la solution numérique!

En fait, nous avons remplacé le schéma semi-implicite par un schéma explicite … sans effet.

Ce n’est donc pas le schéma semi-implicite en tant que tel.

Toutefois, la non-convergence implique l’inconsistance.

D’où l’hypothèse suivante:

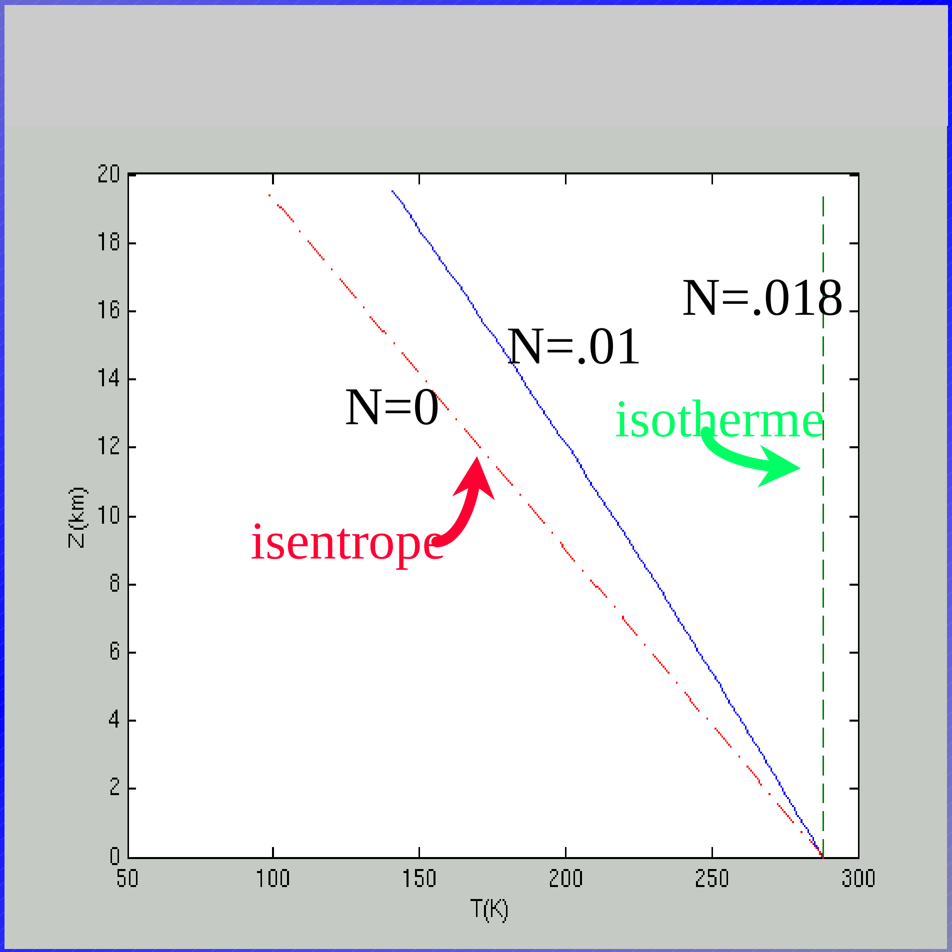
3. Serait-ce une erreur reliée au ***choix de l’état de base*** ?

- C’est quelque part dans la discrétisation.
- De nombreux cas d’ondes de montagne en atmosphère isotherme avec un état de base isotherme ont été bien validés par René Laprise et ses collaborateurs.
- Le cas de Shaer implique un atmosphère hautement anisotherme.
- *Il est donc clair* que l’utilisation d’un état de base anisotherme correspondant à un atmosphère anisotherme (faible perturbation de température et pression) résoud le problème.

Problème connu,
problème résolu.

Modifiez **N**,
la fréquence de Brunt-Vaïsala,
et obtenez un profile de
température isotherme
ou modifiez T(~900K) à N constant.

La solution linéaire ne dépend pas
trop fortement de N
et pas du tout du profile.



$$\frac{N_*^2}{g} = \frac{\partial \ln T^*}{\partial z} + \frac{g}{c_p T^*}$$

Etat de base anisotherme

$$P = RT^* q'$$

$$q' = \ln(p / p^*)$$

$$\beta^* = \frac{\partial \ln T^*}{\partial z}$$

$$B = g \frac{T'}{T^*}$$

$$T' = T - T^*$$

$$\gamma^* = \frac{g}{c_p T^*}$$

$$N_*^2 / g = \beta^* + \gamma^*$$

$$\frac{d\mathbf{V}_H}{dt} + \nabla_z P = \mathbf{R}_H$$

$$\frac{dw}{dt} + \left[\frac{\partial}{\partial z} - \beta^*\right] P - B = R_w$$

$$\frac{d}{dt}\left(B - \gamma^* P\right) + w N_*^2 = R_B$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{c_*^2}\right) + \nabla_z \cdot \mathbf{V}_H + \left[\frac{\partial}{\partial z} - \frac{g}{c_*^2}\right] w = R_P$$

Etat de base anisotherme

n.b. $N^2_{*\,i,j,k}\,;\; c^2_{*\,i,j,k}$

$$\frac{d\mathbf{V}_H}{dt} + \nabla_z P = \mathbf{R}_H$$

$$\mathrm{B} = g\left(\frac{T'}{T^*} - \frac{R}{c_p} q'\right)$$

$$\frac{dw}{dt} + \left[\frac{\partial}{\partial z} - \frac{N_*^2}{g}\right] P - \mathrm{B} = R_w$$

$$N_*^2 = g\frac{\partial \ln \theta^*}{\partial z}$$

$$c_*^2 = \frac{c_p}{c_v} R T^*$$

$$P = RT^* q'$$

$$\frac{d\mathrm{B}}{dt} + wN_*^2 = R_{\mathrm{B}}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{c_*^2}\right) + \nabla_z \cdot \mathbf{V}_H + \left[\frac{\partial}{\partial z} - \frac{g}{c_*^2}\right] w = R_P$$

Etat de base anisotherme

Conclusions

Ça marche pour le cas théorique!

C'est, de plus, une option intéressante.

Mais, *en pratique (cas réels), le résultat est décevant*:

- il est apparemment impossible de choisir un état de base qui soit optimum pour toutes les situations;

- la question de stabilité numérique du schéma semi-implicite se pose de façon importante.

4. *Consistance numérique, l'analyse*

a) C'est Klemp qui le premier a réalisé que

le problème de consistance était entre

- d'une part, la discrétisation des ***termes métriques*** et
- d'autre part, le ***schéma d'advection***.

Il l'a clairement montré dans son modèle

pour un ***schéma d'advection Eulérien***.

b) Pour le ***schéma semi-Lagrangien*** , avec le MC2,

- il a montré que, si on utilisait un schéma d'interpolation ***quadratique***,

plutôt que ***cubique***,

- non seulement l'***erreur*** était considérablement ***amoindrie***
- mais aussi alors il y avait ***retour de la convergence.***

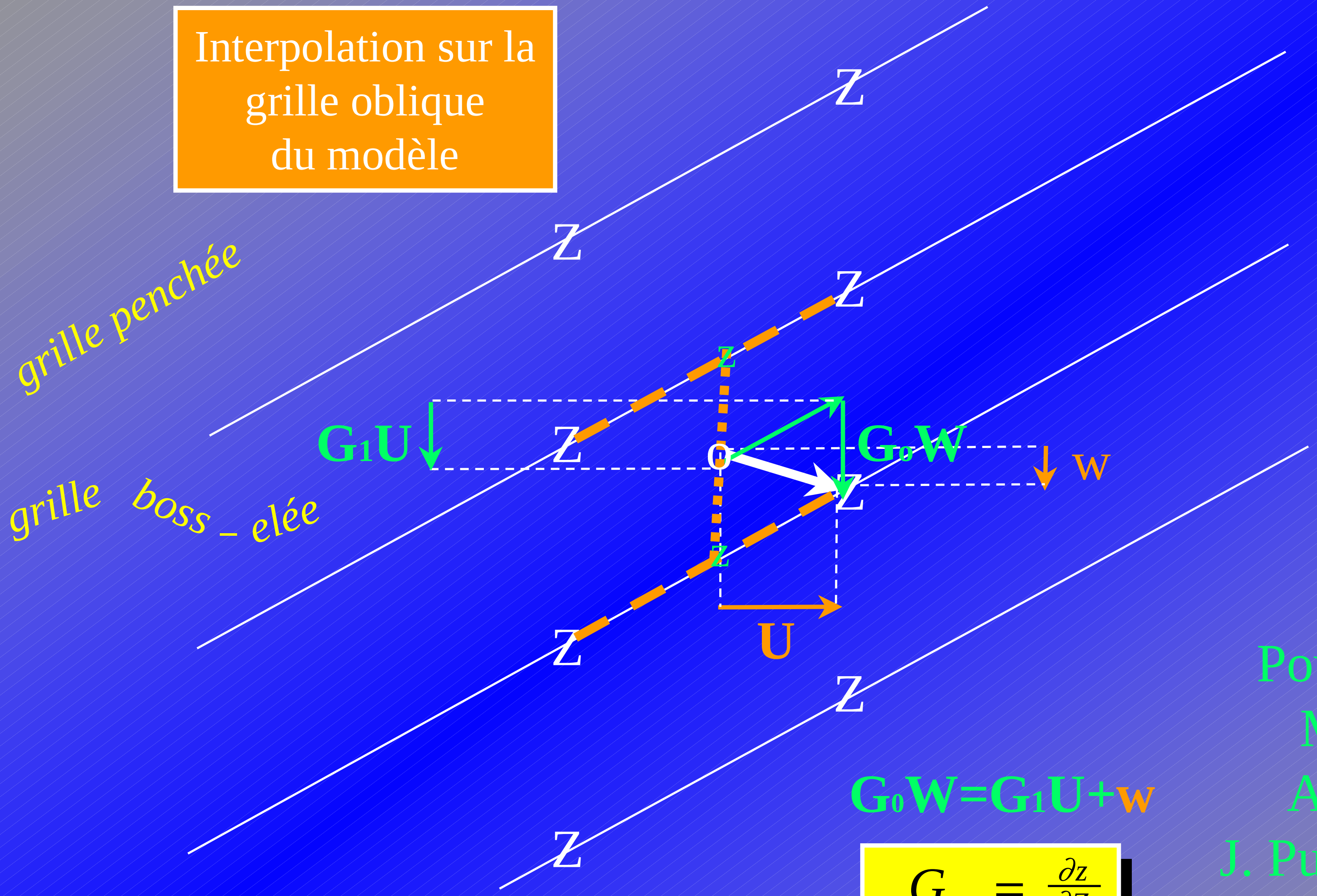
- il a proposé sa solution: faire

une interpolation cartésienne plutôt que

l'interpolation sur la grille oblique du modèle.

- il ne l'a cependant ***pas implanté*** **(travail pour nous?)**

Interpolation sur la grille oblique du modèle



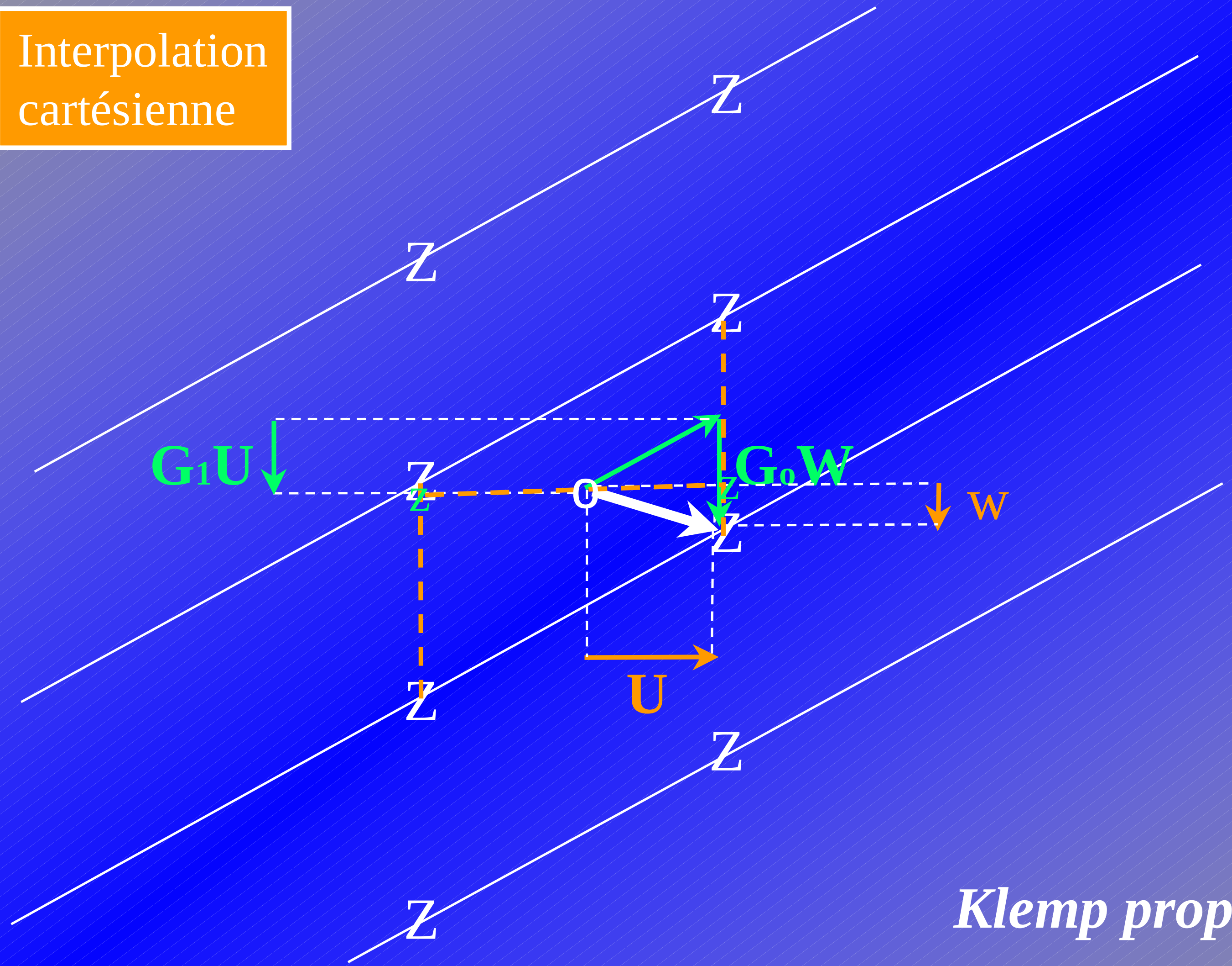
$G_0W = G_1U + w$

$$G_0 = \frac{\partial z}{\partial Z}$$

$$-G_1 = \frac{\partial z}{\partial x}$$

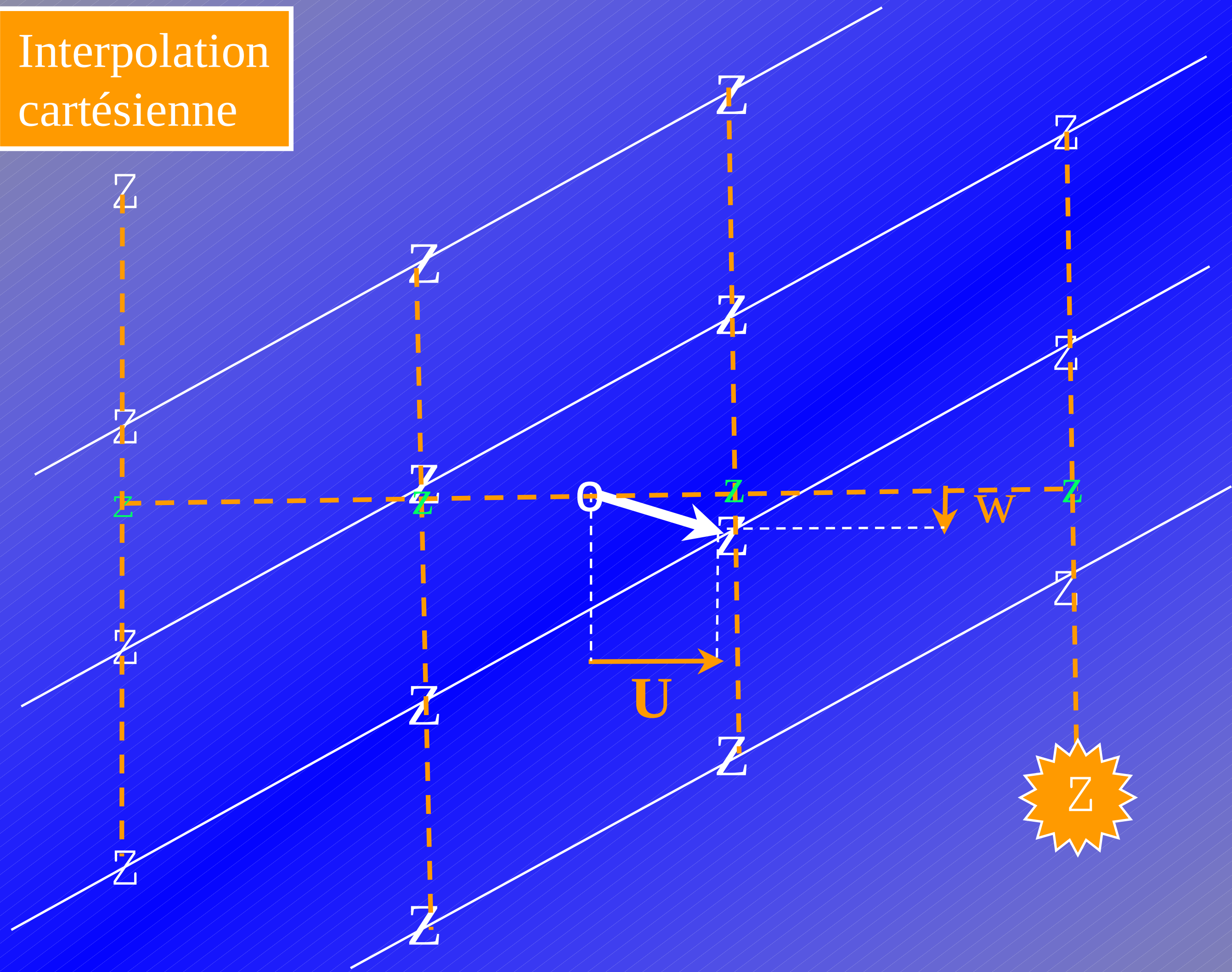
PowerPoint
Merci à
A. Zadra
J. Pudykiewicz

Interpolation cartésienne



Klemp propose ...

Interpolation cartésienne



5. *Consistance numérique*, existe-t-il une autre approche?

Eh bien! Oui!

Le modèle converge vers la solution

lorsqu'on augmente le pas de temps

pour se rapprocher d'un nombre de Courant C_o=1!

Voici pourquoi:

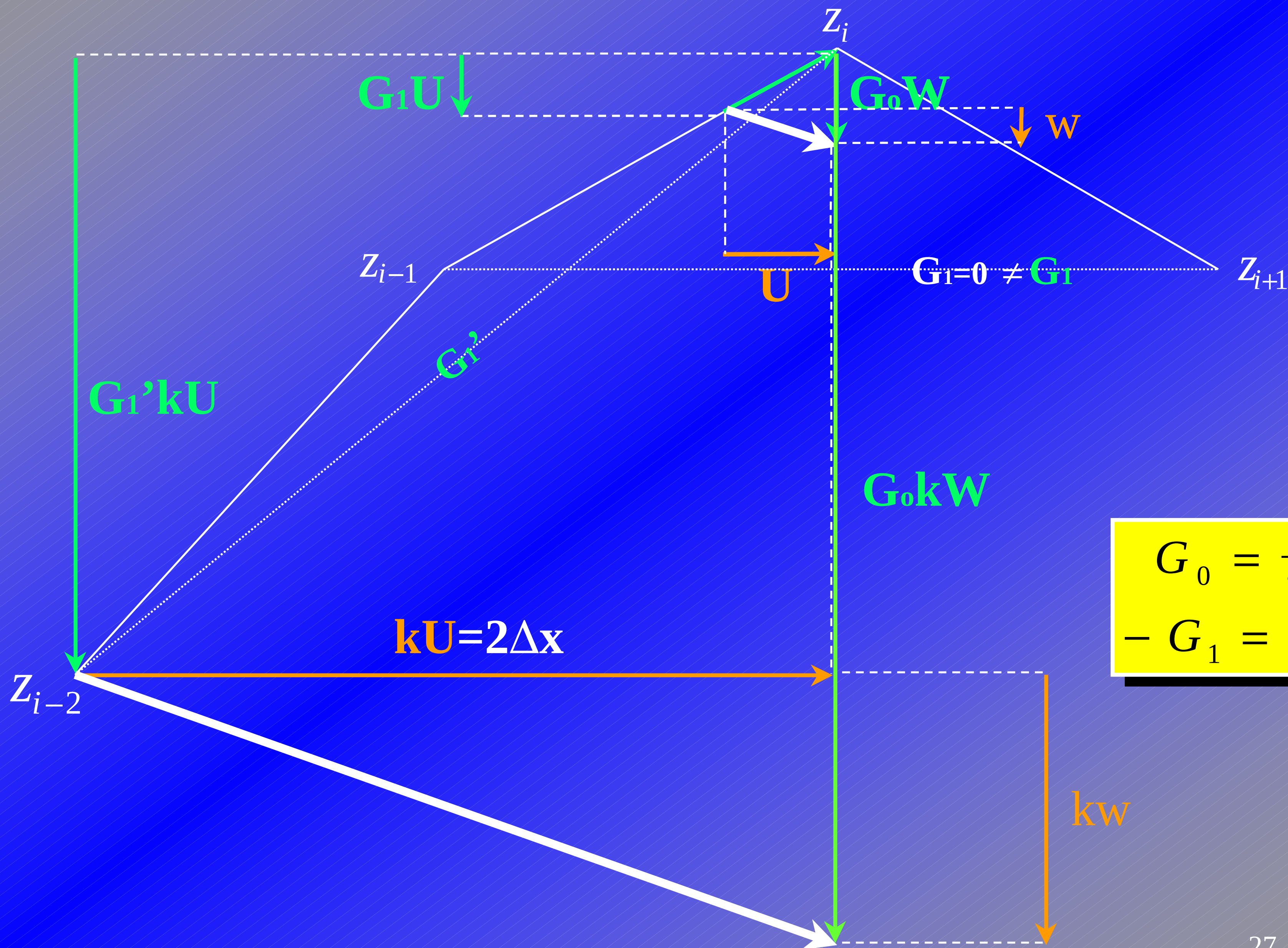
$$G_0 W \approx U_0 G_1 \approx -U_0 \delta_x \overline{z}^x = -U_0 \left(z_{i+1} - z_{i-1} \right) / 2\Delta x$$

$$2\Delta t \left(G_0 W \right)_{i-1} \approx -C_0 \left(z_i - z_{i-2} \right)$$

Donc

$$2\Delta t G_0 W \left(C_0 = 1; Z = const. \right) \equiv z_{i-2} - z_i \equiv \Delta Z_{lag}$$

Correspondance! Mais seulement lorsque C=1!



$$G_0 = \frac{\partial z}{\partial Z}$$

$$-G_1 = \frac{\partial z}{\partial x}$$

La relation diagnostique entre w et W fait intervenir l'advection horizontale $\mathbf{V}\cdot\nabla z$ de la vraie hauteur z:

$$-G_1 = \delta_x \overline{z}^x$$

$$w = \frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial t} + \mathbf{V}\cdot\nabla z + W\frac{\partial z}{\partial Z} = -\mathbf{V}\cdot\mathbf{G} + WG_0$$

Curieusement, c'est un terme d'<u>advection</u> calculé de façon <u>Eulérienne</u>.!?!?

Qu'arrive-t-il si on le calcule de façon <u>Lagrangienne</u>?

En effet, puisque $\partial z/\partial t = 0$ on a $\mathbf{V}\cdot\nabla z = (dz/dt)_Z$, d'où $\Delta z_{lag} = z - z^*$

$$w = \left(\frac{dz}{dt}\right)_Z + G_0 W \quad \rightarrow \quad G_0 W = w - \left(\frac{dz}{dt}\right)_Z = w - \frac{z - z^*}{2\Delta t}$$

On fait donc

$$z = z(\mathbf{r}, Z, t + \Delta t)$$

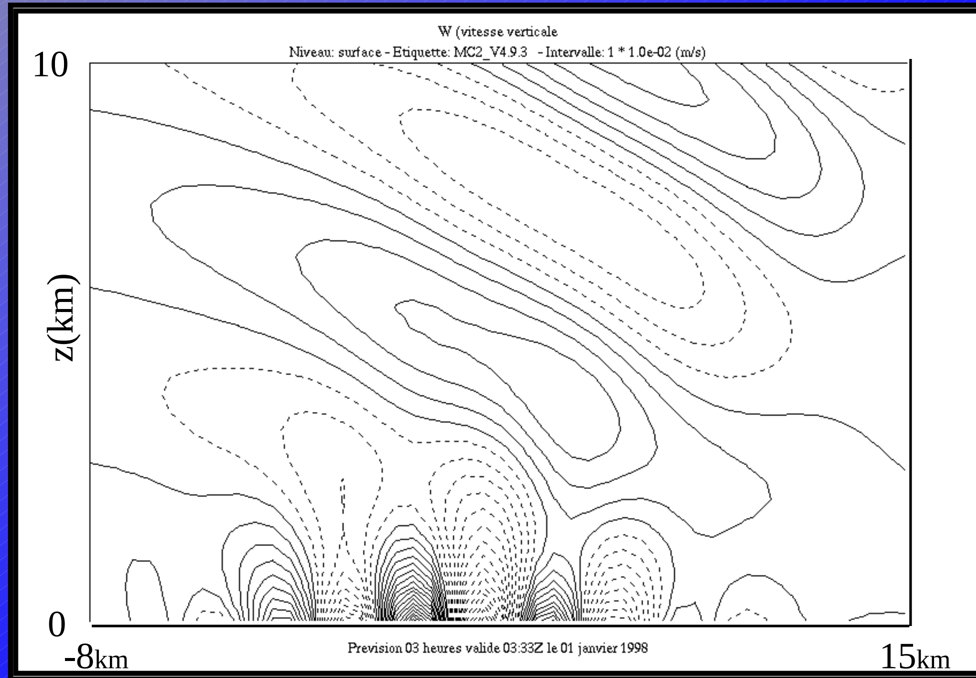
$$z^* = z(\mathbf{r} - 2\delta\mathbf{r}, Z, t - \Delta t)$$

$$\tilde{f} = \tilde{f}(\mathbf{r} - \delta\mathbf{r}, Z - \delta Z, t)$$

$$G_0 \tilde{W} 2\Delta t = \tilde{w} 2\Delta t + z^* - z$$

Eh bien! Ça marche et même très bien!

MC2 SLAGW



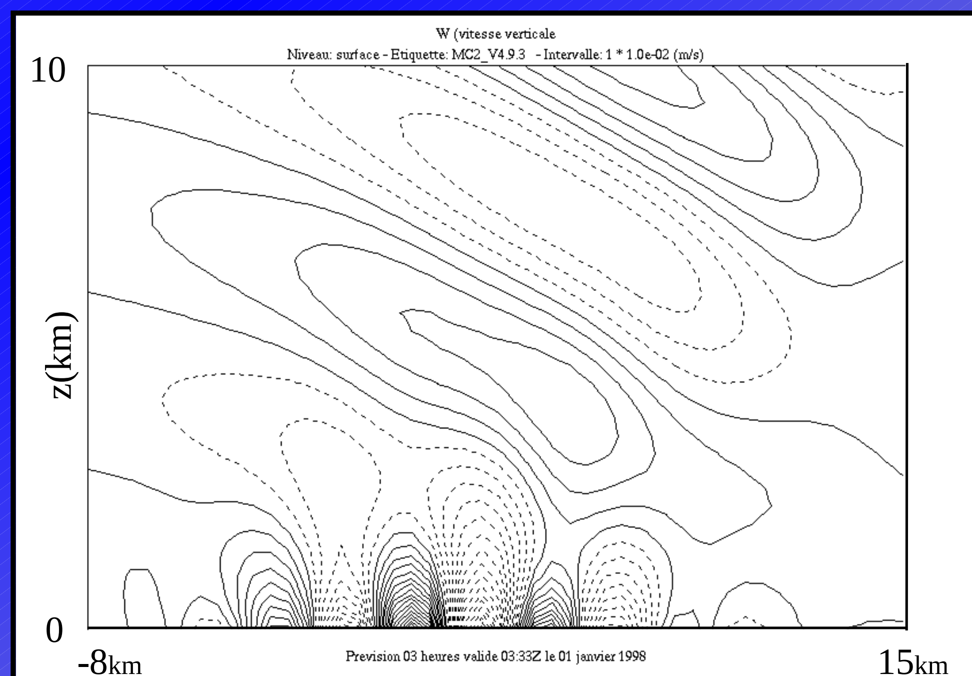
Ondes de montagne simulation 2d

$$N_o = 10^{-2}\, s^{-1};\ U_o = 10\ ms^{-1}$$
$$T_o = 288\ K; \qquad p_o = 10^5\ Pa$$

$$z_o = z_{oo} e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^2} \cos^2\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)$$
$$z_{oo} = 250\ m;\ a = 5\ km;\ \lambda = 4\ km$$

$$L = 200\ km;\ H = 19.5\ km$$
$$\Delta x = 0.5\ km; \Delta Z = 0.3\ km; \Delta t = 6\ s$$
$$\lambda = 8\Delta x; s_1 = 5\ km; s_2 = 2\ km$$

Solution analytique



Solutions du problème dans le cas théorique

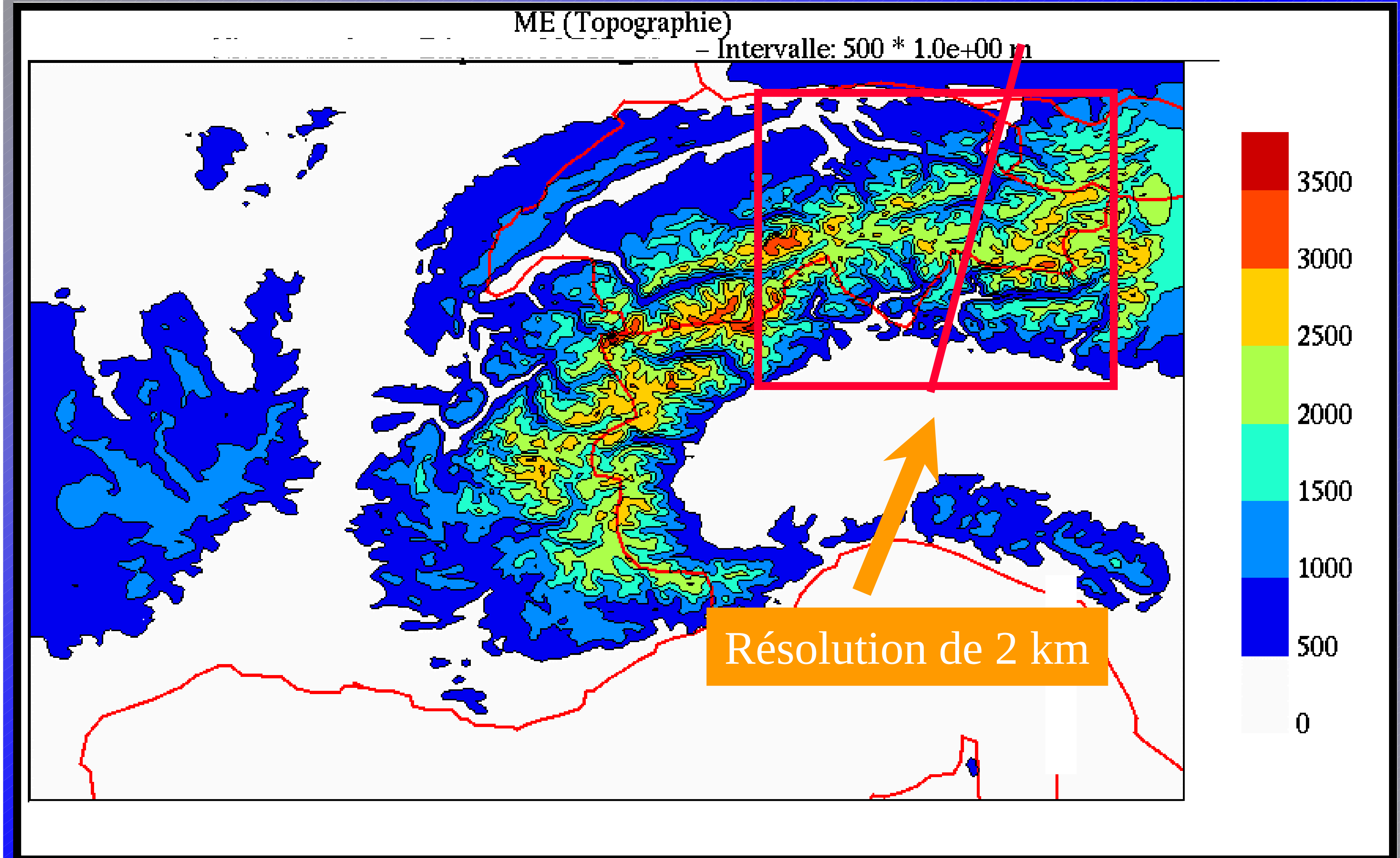
- 1. ajuster la **fréquence N** pour avoir un profile isotherme
- 2. ajuster T_s pour avoir un profile isotherme sans changer N
- 3. utiliser un **état de base anisotherme** correspondant à N
- 4. utiliser un **schéma Eulérien** précis au deuxième ordre
- 5. utiliser une **interpolation quadratique** dans le semilag
- 6. interpoler sur une **grille cartésienne**
- 7. utiliser un nombre de **Courant égal à l'unité**
- 8. utiliser la **coordonnée SLEVE**
- 9. calculer **W** de façon semi-**Lagrangienne**

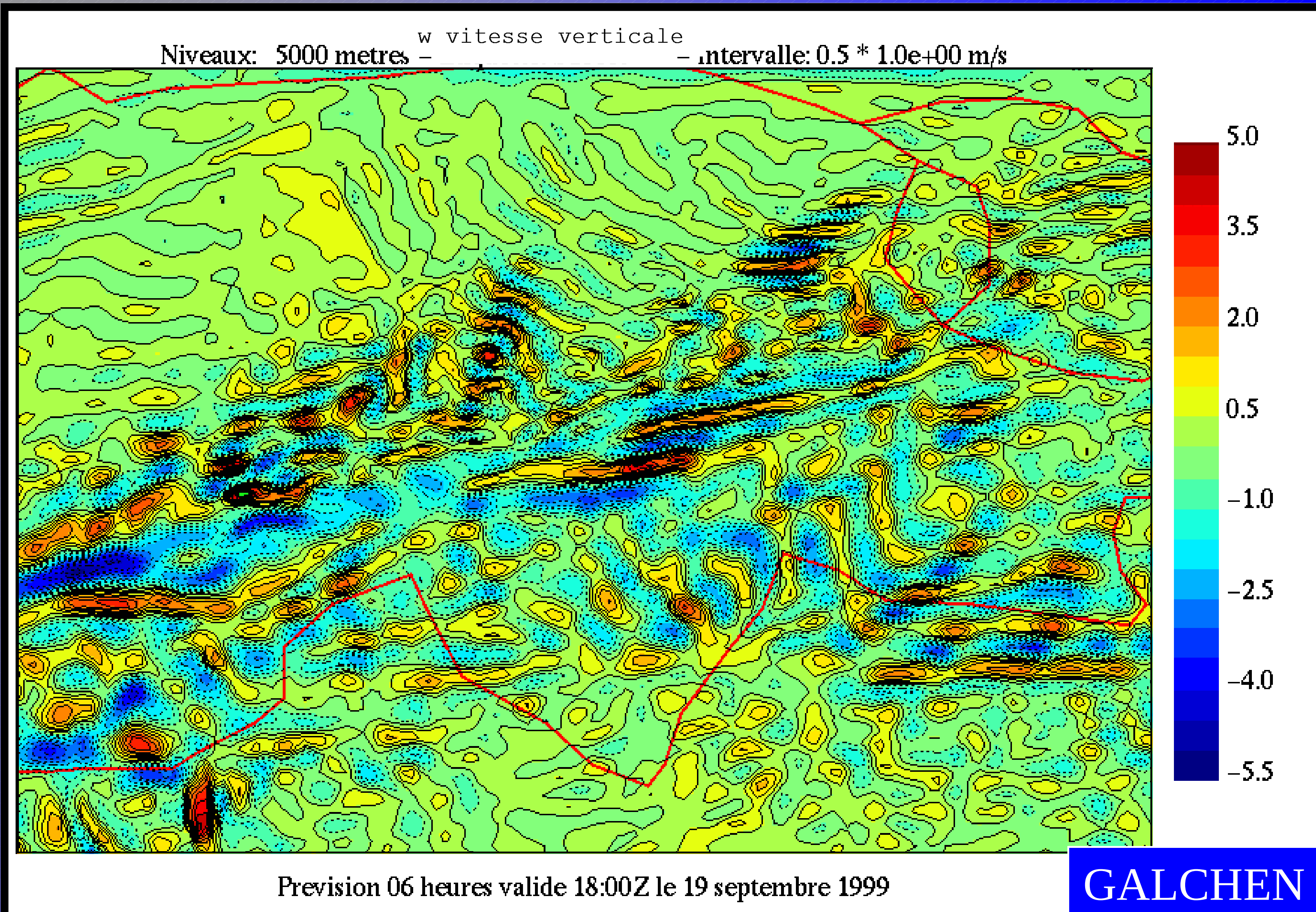
Solutions du problème de bruit dans les cas réels?

Nous proposons …

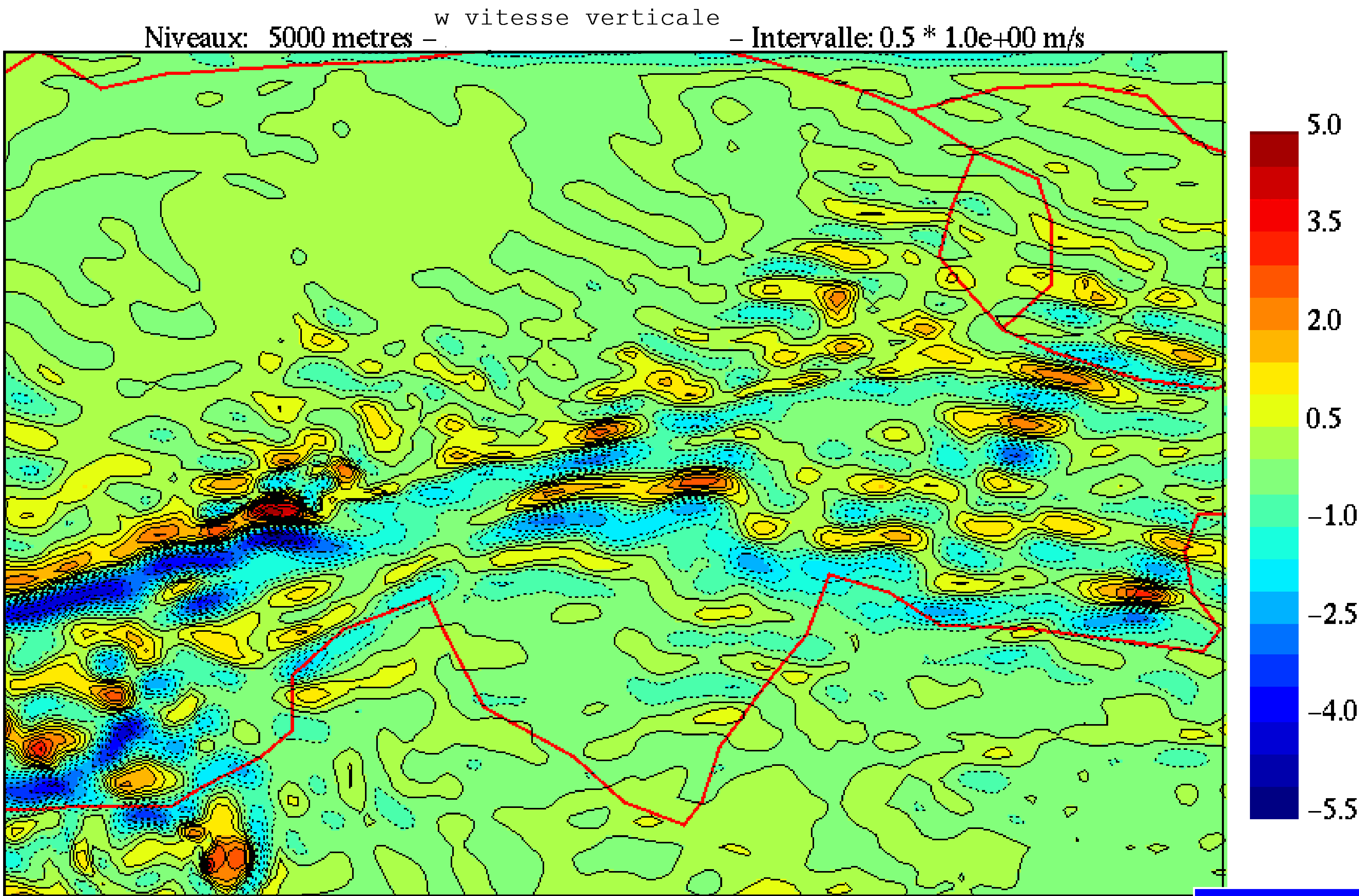
- utiliser la **coordonnée SLEVE**
- calculer **W** de façon semi-**Lagrangienne**

Un cas réel: Expérience MAP, 12Z, le 19 septembre 1999



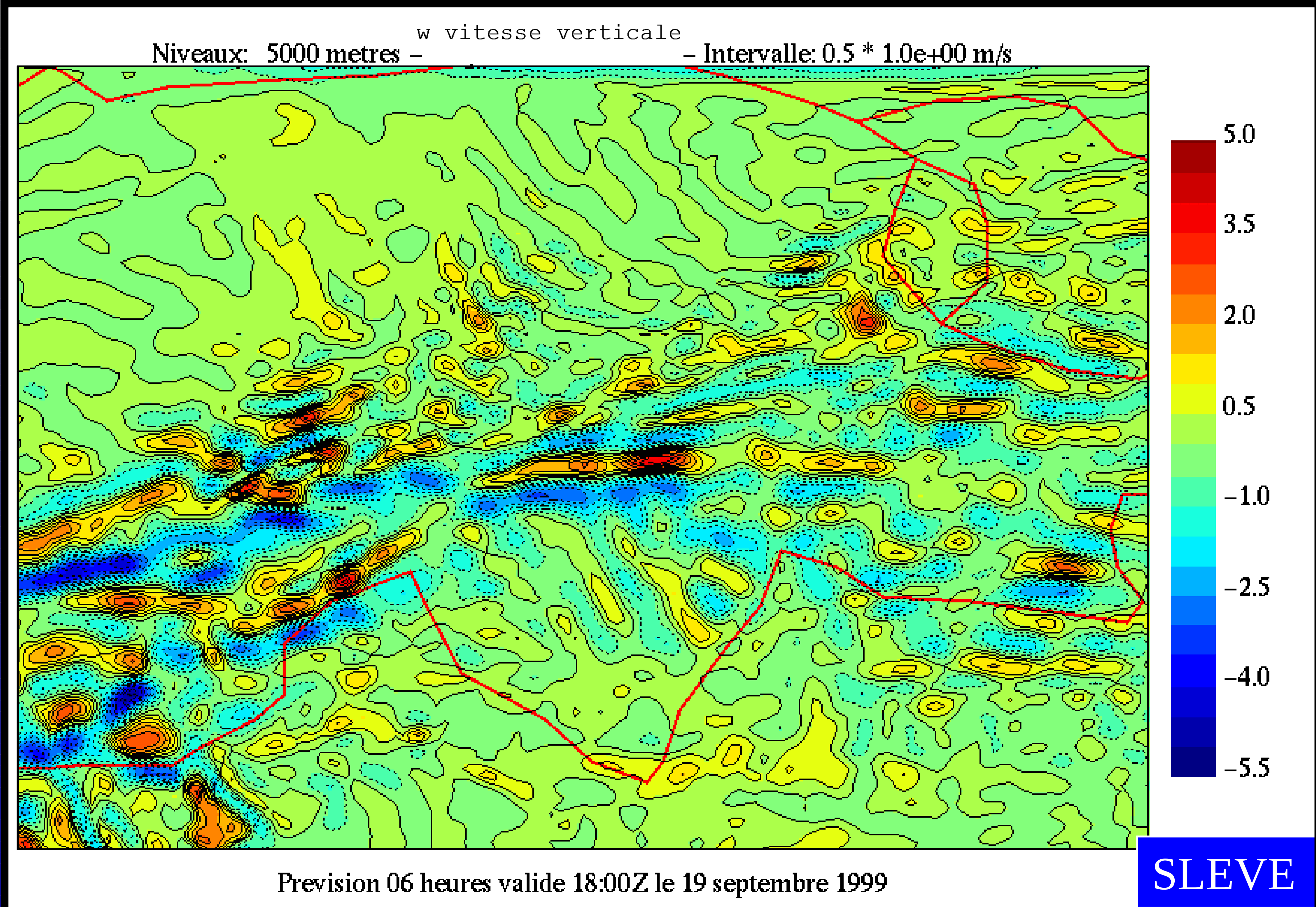

w vitesse verticale
Niveaux: 5000 metres – – ıntervalle: 0.5 * 1.0e+00 m/s
5.0
3.5
2.0
0.5
−1.0
−2.5
−4.0
−5.5
Prevision 06 heures valide 18:00Z le 19 septembre 1999

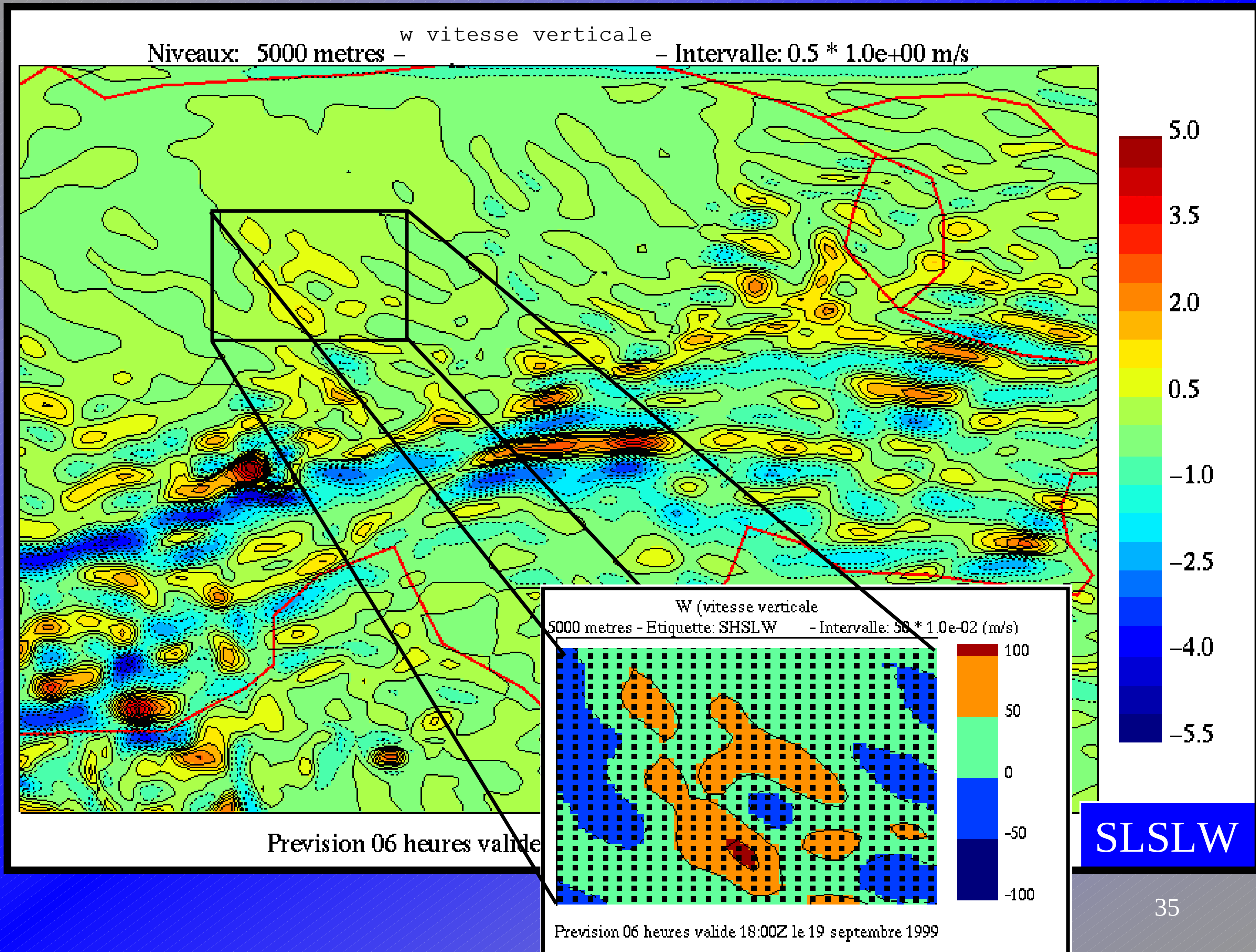
GALCHEN

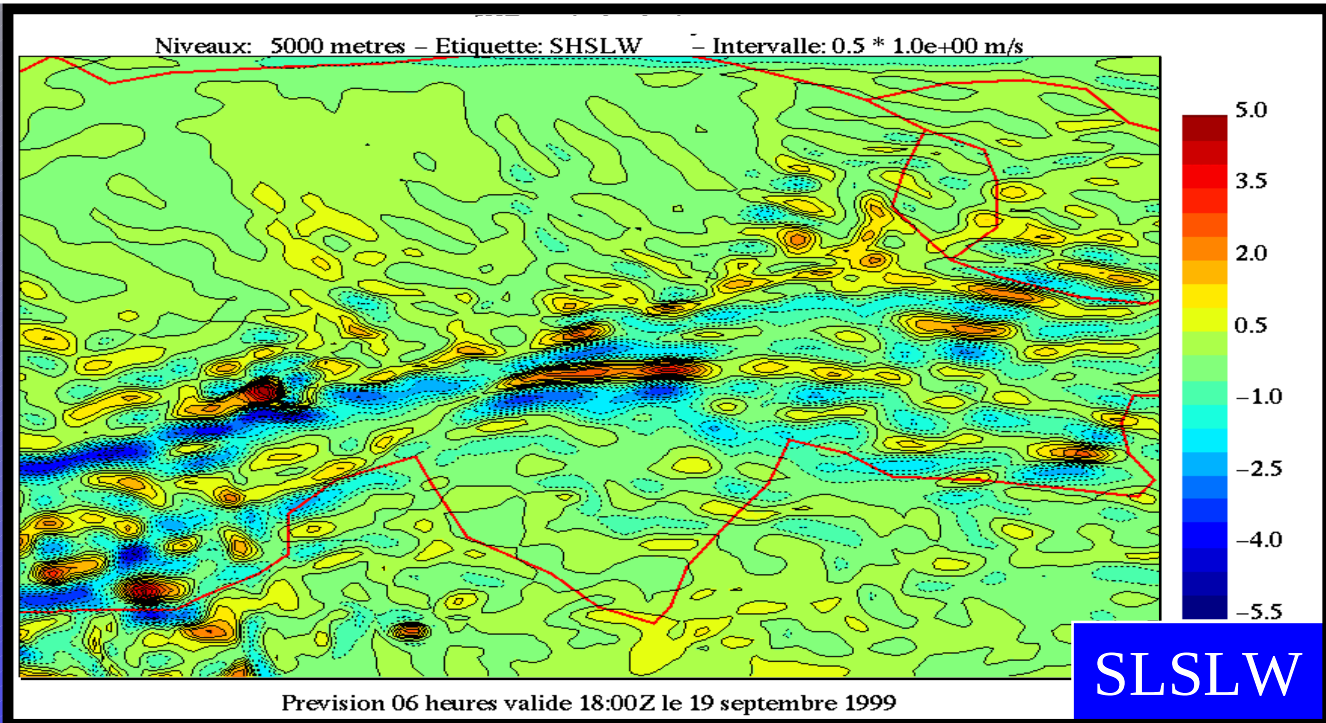


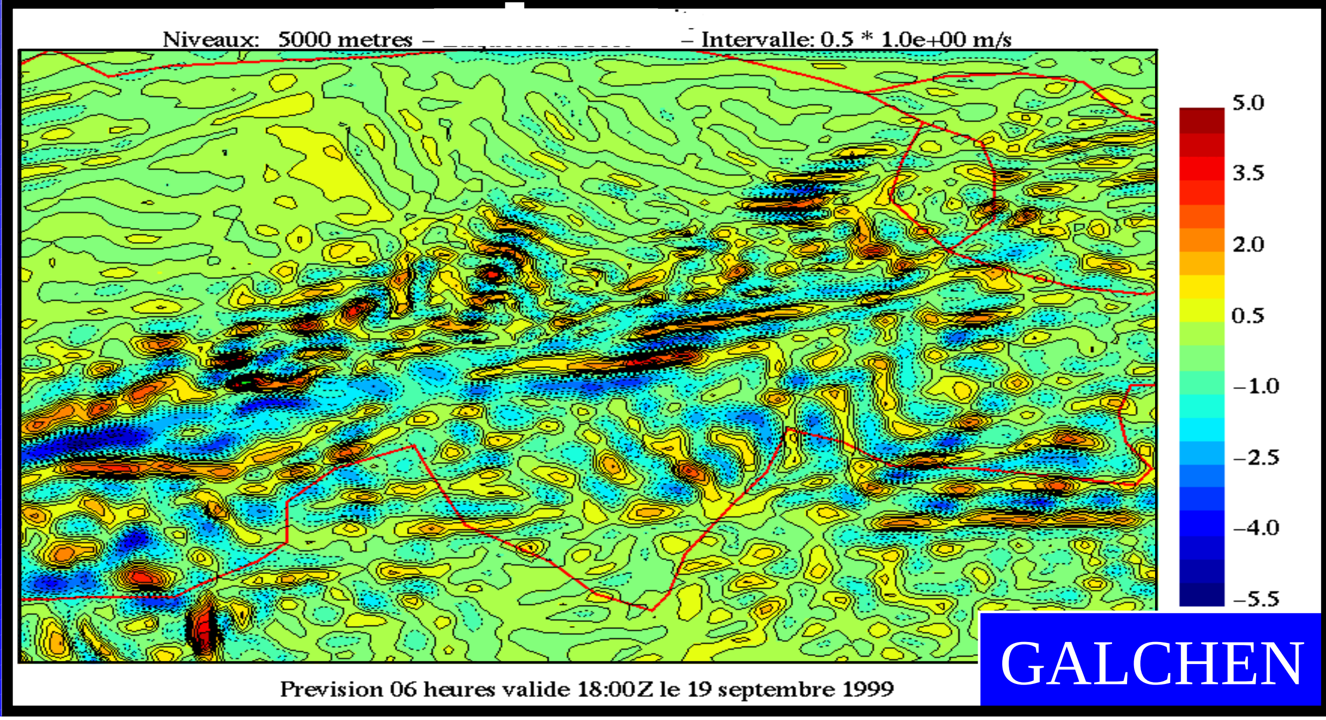
Prevision 06 heures valide 18:00Z le 19 septembre 1999

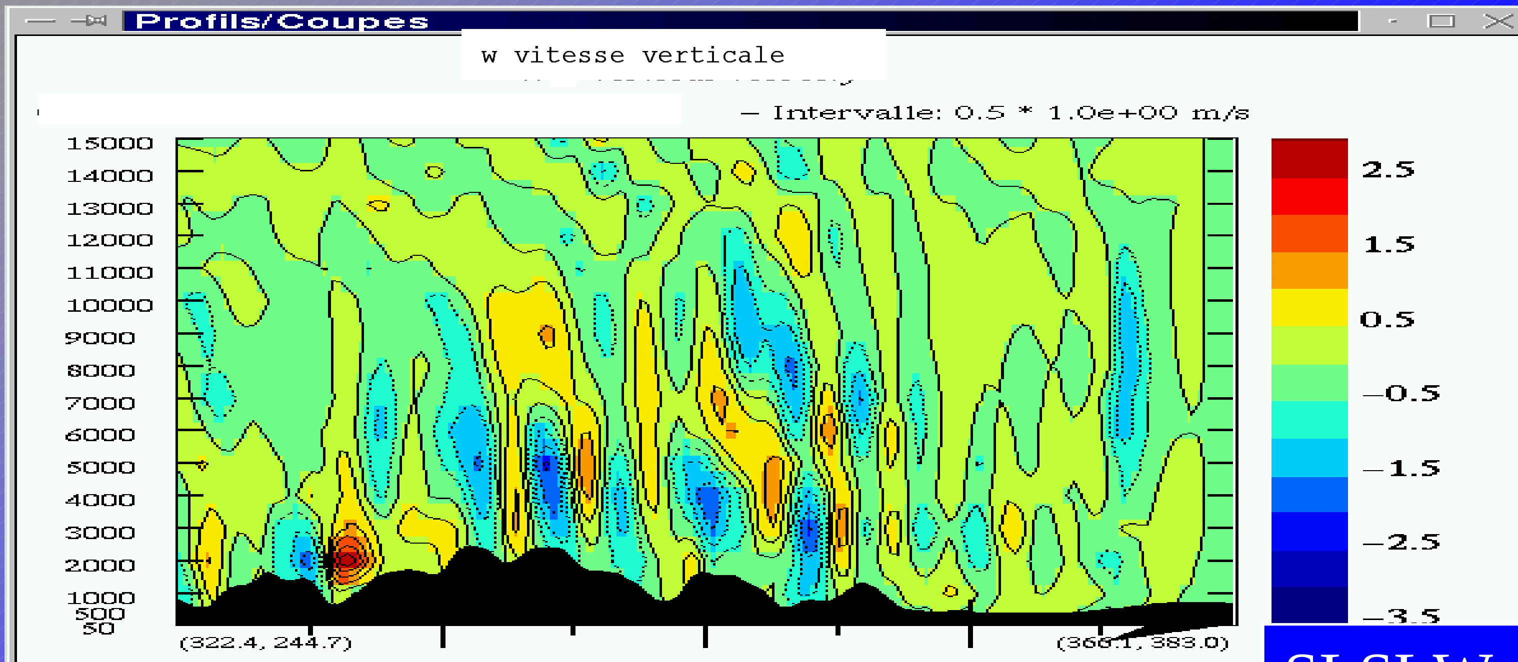
SLAGW

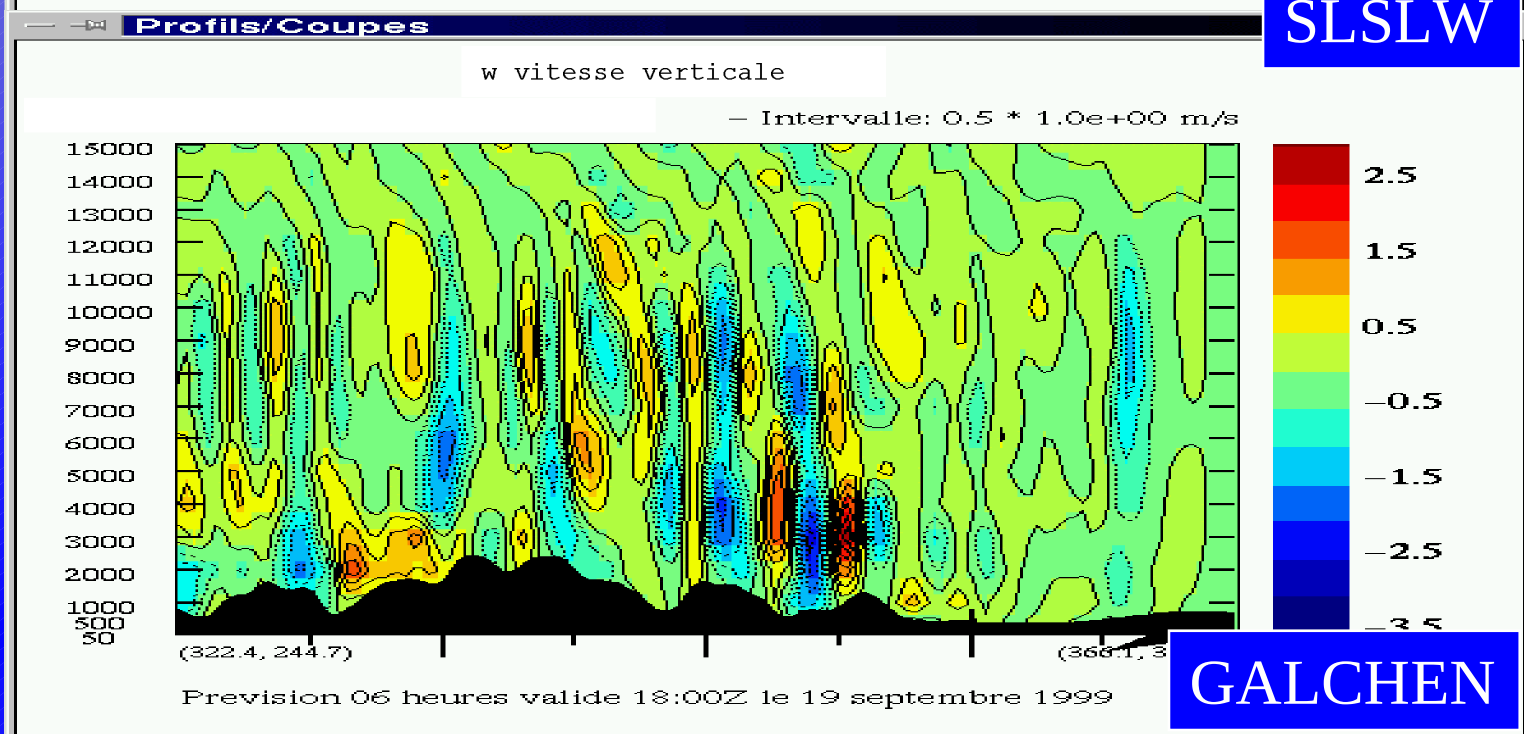

w vitesse verticale
Niveaux: 5000 metres –
– Intervalle: 0.5 * 1.0e+00 m/s
5.0
3.5
2.0
0.5
−1.0
−2.5
−4.0
−5.5
Prevision 06 heures valide 18:00Z le 19 septembre 1999
SLEVE

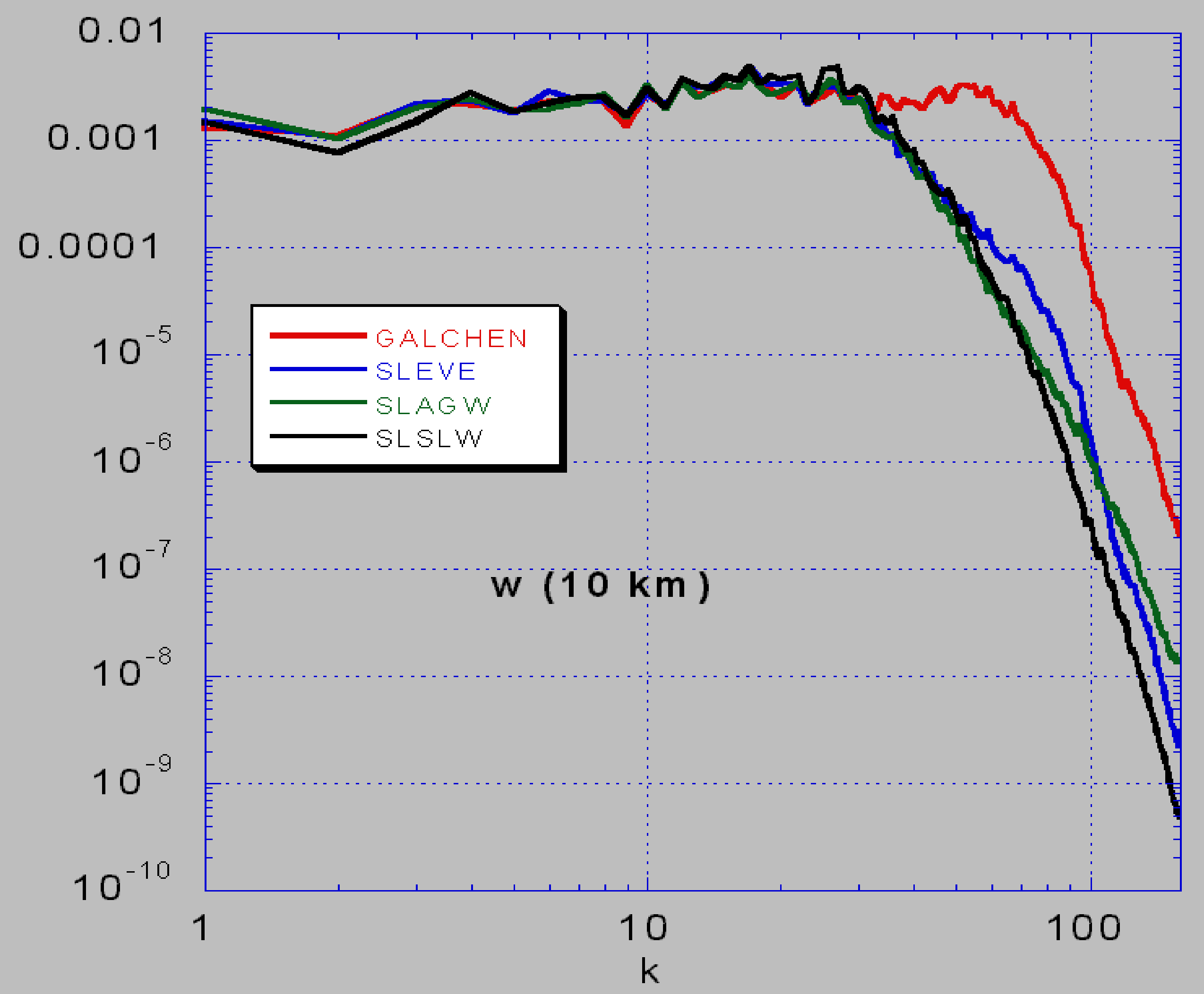

w vitesse verticale
Niveaux: 5000 metres – – Intervalle: 0.5 * 1.0e+00 m/s
5.0
3.5
2.0
0.5
−1.0
−2.5
−4.0
−5.5
Prevision 06 heures valide
W (vitesse verticale
5000 metres - Etiquette: SHSLW - Intervalle: 50 * 1.0e-02 (m/s)
100
50
0
-50
-100
Prevision 06 heures valide 18:00Z le 19 septembre 1999
SLSLW


Niveaux: 5000 metres – Etiquette: SHSLW
– Intervalle: 0.5 * 1.0e+00 m/s
5.0
3.5
2.0
0.5
–1.0
–2.5
–4.0
–5.5
Prevision 06 heures valide 18:00Z le 19 septembre 1999
SLSLW

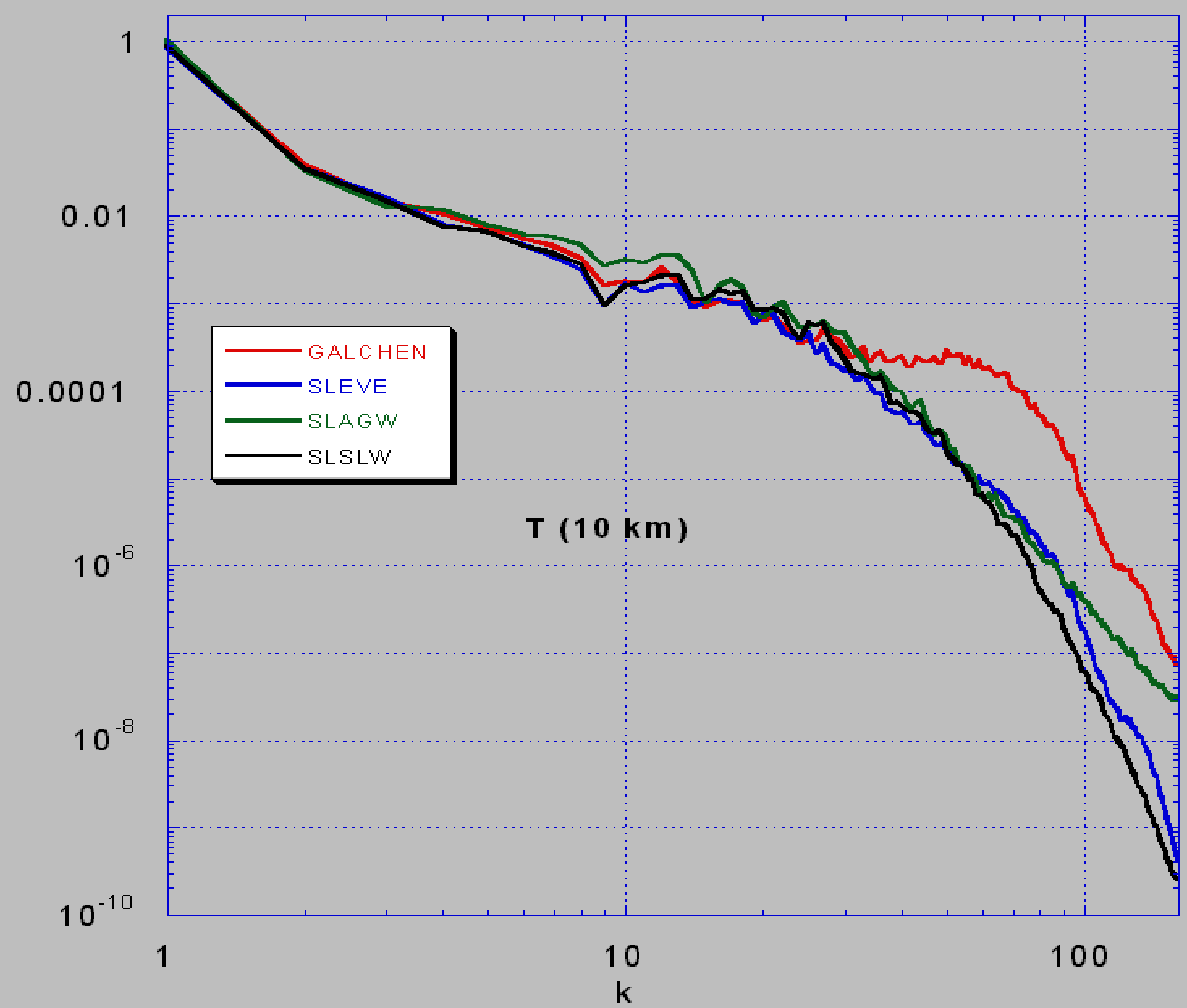

Niveaux: 5000 metres –
– Intervalle: 0.5 * 1.0e+00 m/s
5.0
3.5
2.0
0.5
–1.0
–2.5
–4.0
–5.5
Prevision 06 heures valide 18:00Z le 19 septembre 1999
GALCHEN


Profils/Coupes
w vitesse verticale
— Intervalle: 0.5 * 1.0e+00 m/s
15000
14000
13000
12000
11000
10000
9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
500
50
(322.4, 244.7)
(366.1, 383.0)
2.5
1.5
0.5
−0.5
−1.5
−2.5
SLSLW

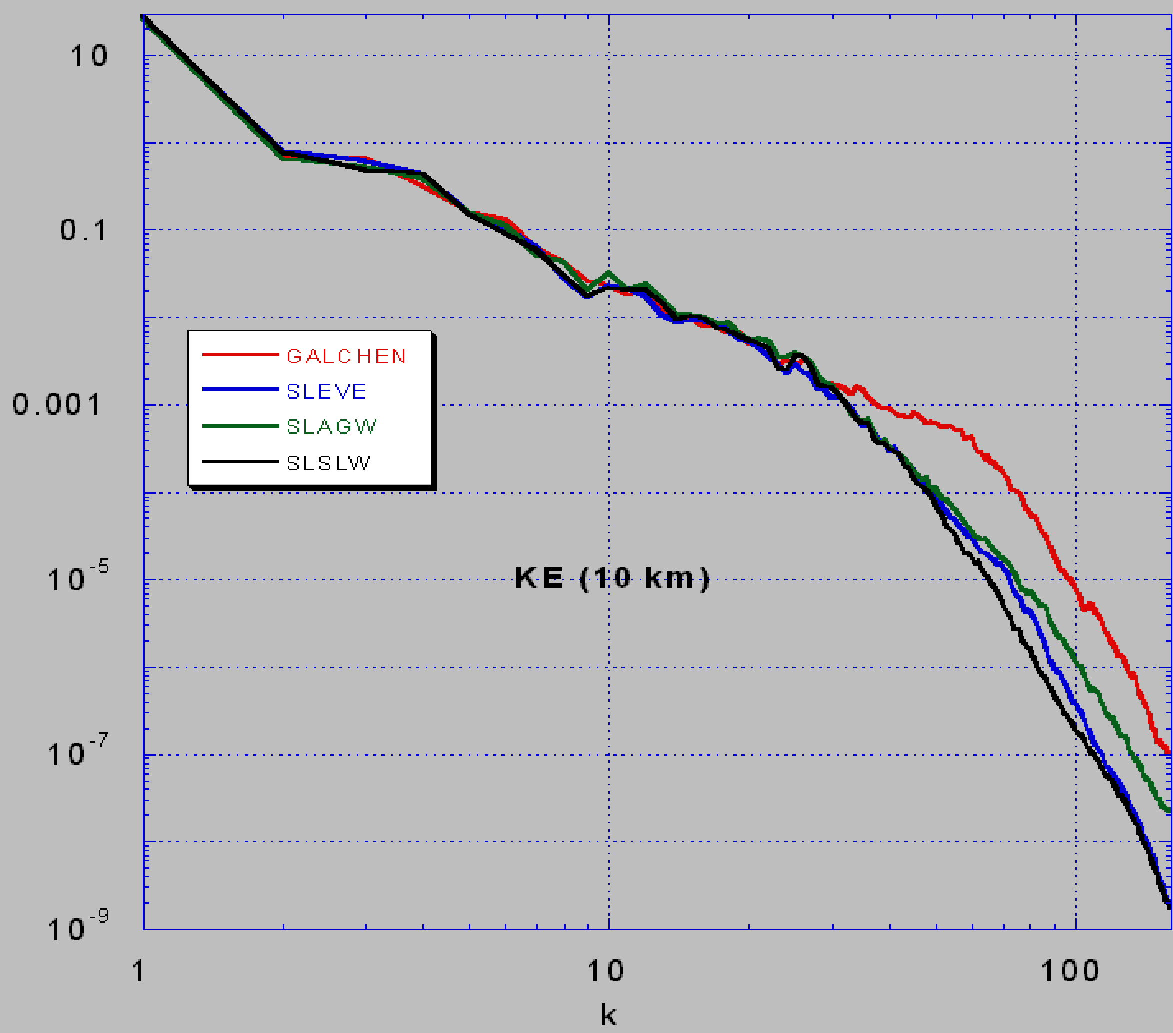

Profils/Coupes
w vitesse verticale
— Intervalle: 0.5 * 1.0e+00 m/s
15000
14000
13000
12000
11000
10000
9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
500
50
(322.4, 244.7)
2.5
1.5
0.5
−0.5
−1.5
−2.5
Prevision 06 heures valide 18:00Z le 19 septembre 1999
GALCHEN

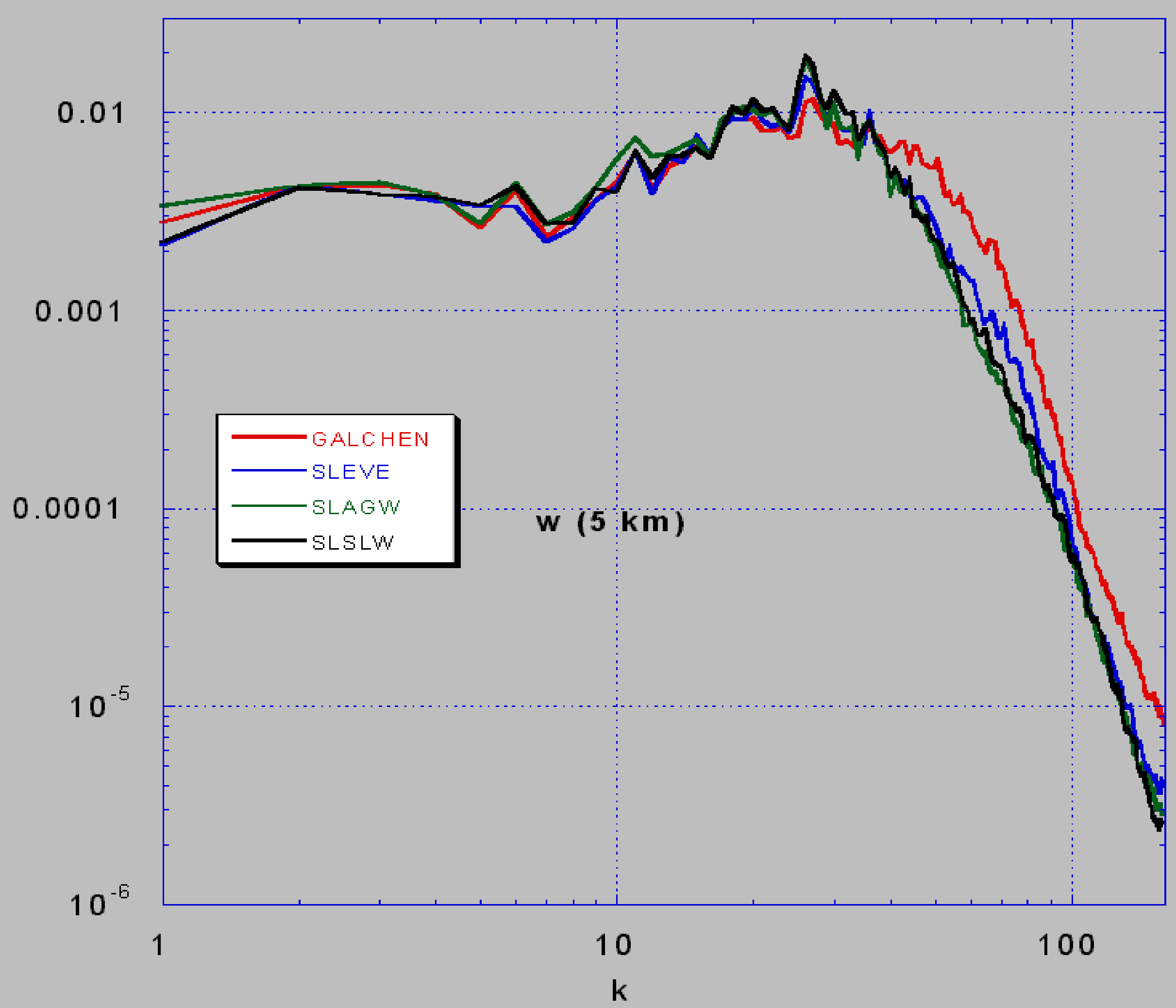


Spectres
Merci à
B. Denis
B. Dugas

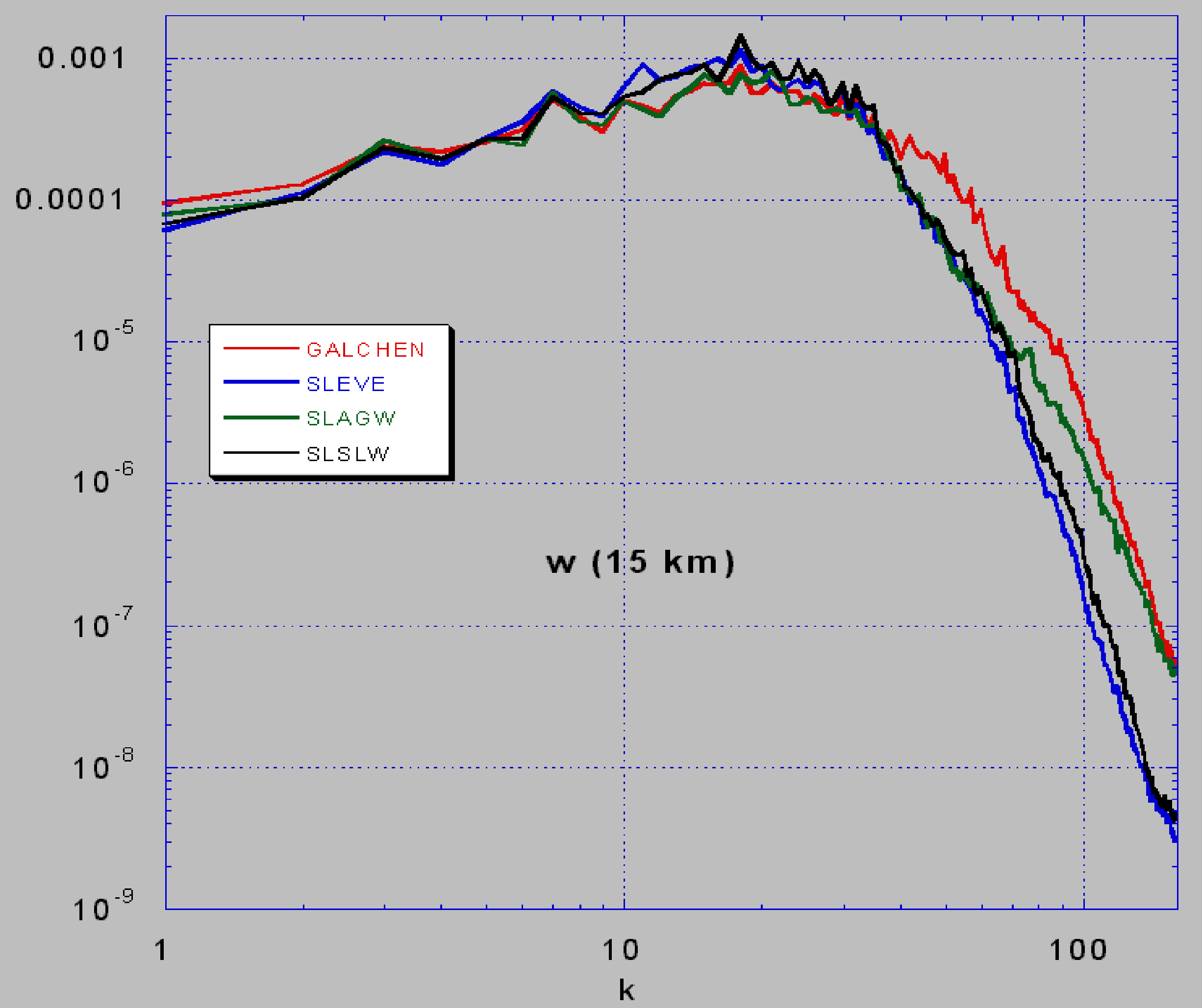


1
0.01
0.0001
10^{-6}
10^{-8}
10^{-10}
1
10
100
k
GALCHEN
SLEVE
SLAGW
SLSLW
T (10 km)


10
0.1
0.001
10^{-5}
10^{-7}
10^{-9}
1
10
100
k
GALCHEN
SLEVE
SLAGW
SLSLW
KE (10 km)



0.01
0.001
0.0001
10^{-5}
10^{-6}
1
10
100
k
GALCHEN
SLEVE
SLAGW
SLSLW
w (5 km)


0.001
0.0001
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
10^{-9}
1
10
100
k
GALCHEN
SLEVE
SLAGW
SLSLW
w (15 km)

En résumé,

deux modifications majeures ont été apportées à la dynamique du MC2

1. Généralisation de la coordonnée verticale Z
   z, GALCHEN, SLEVE, etc…

2. Généralisation de l'état de base,
   ISOTHERME, ISENTROPE, etc…
   et des variables de base: *P*, B

$$P = RT^{*}q' + gz_{T}'$$

$$\mathrm{B} = g\left(\frac{T'}{T^{*}} - \frac{R}{c_p}q'\right)$$

un problème de bruit dû à une inconsistance numérique a été

- diagnostiqué: *Shaer et al.*
- analysé: *Klemp et al.*
- solutionné: *Girard et al.*

Fin

Merci à

Y. Chartier

L. Corbeil

M. Lépine

M. Valin